



UNIVERSITATEA DIN BUCUREȘTI
Facultatea de Fizică
Școala Doctorală de Fizică



SUCIU Adriana (RADU)

**Abordări metodologice privind implementarea unor
softuri didactice în predarea Fizicii la nivel
preuniversitar**

Teză de doctorat
Rezumat

Conducător științific
Prof. univ. dr. Valentin BARNA

București, 2024

Mulțumiri

Înființarea Direcției Fizică Educațională în cadrul Școlii Doctorale de Fizică a Universității din București a reprezentat o mare șansă pentru profesorii de fizică din țară de a-și continua perfecționarea, după susținerea gradului didactic I. Mulțumesc Domnului Prof.univ.dr. Ștefan ANTOHE pentru această idee strălucită, benefică pentru profesori, dar și pentru elevi. În ultimii ani, urmând acest program, am acumulat o bogată experiență profesională, dar și de viață. Am avut șansa de a lucra alături de personalități ale lumii științifice, cadre didactice de la Facultatea de Fizică a Universității București, cunoscute pe plan național și internațional, fiind o mare oportunitate pentru mine să beneficiaz de experiența, timpul, îndrumarea de excepție în realizarea tezei de doctorat.

Mulțumesc domnului Prof.univ.dr. Valentin BARNA, coordonatorul științific al acestei teze, pentru excelenta îndrumare pe care mi-a acordat-o pe parcursul proiectării, al realizării și al redactării tezei. Mulțumesc pentru consilierea oferită, pentru observațiile făcute, pentru modul în care s-a implicat în activitatea pe care am desfășurat-o în realizarea tezei de față.

Mulțumesc doamnei Conf.univ.dr. Cristina MIRON, referent în comisia de susținere publică a tezei, pentru că mi-a insuflat încrederea că pot parcurge această etapă din activitatea mea profesională, m-a sprijinit pe acest drum destul de dificil într-un domeniu de maxim interes. Mulțumesc pentru susținerea permanentă, neobosită, cu un desăvârșit profesionalism. Mulțumesc pentru răbdare, perseverența de a fi alături de mine, competența de a discerne, în încercările mele, părțile valoroase și de interes ale tezei. Lucrarea a fost supervizată într-un mod profesional, implicat, competent, astfel încât rezultatul prezentat să fie valoros și interesant pentru cei ce vor consulta lucrarea.

Mulțumesc colaboratorilor cu care am lucrat la articolele publicate și la lucrările prezentate în conferințe, acestea reprezentând contribuțiile personale ale prezentei teze: Conf.univ.dr. Cătălin BERLIC, prof.dr. Daniela STOICA, prof.dr. Ionel GRIGORE și prof. Mihai V. POPESCU. Doresc să mulțumesc tuturor celor care fac parte din comisia de susținere publică: Prof.univ.dr. Ștefan ANTOHE, președintele comisiei, precum și referenților din comisie, doamnei Conf.univ.dr. Gabriela IACOBESCU și doamnei

Conf.univ.dr. Luminița DRĂGHICESCU pentru răbdarea cu care au analizat teza și pentru aprecierile făcute.

Recunoștința mea se îndreaptă spre toți cei care, într-un fel sau altul, au contribuit la realizarea acestei teze. Mulțumesc familiei pentru sprijin moral și pentru încurajare. Mulțumesc elevilor, un colectiv numeros, variat, provenit din diverse medii sociale, pentru evaluarea continuă a procesului didactic în care am integrat instrumentele și experimentele didactice prezentate în teză.

Vă mulțumesc tuturor! Fără susținerea dumneavoastră nu aș fi atins un asemenea nivel de performanță.

Cuprins

CAPITOLUL I – Softurile didactice - medii educaționale de instruire la Fizică în învățământul preuniversitar	1
1.1 Tendințe ale integrării unor instrumente software în studiul experimental și teoretic al Fizicii.....	1
1.2 Bibliografie capitolul I	18
CAPITOLUL II – Instrumente didactice interactive realizate cu programul Mathcad pentru studiul mișcării în câmp central și pentru calculul forței electromagnetice	24
2.1 Delimitări conceptuale	22
2.2 Instrument didactic interactiv Mathcad pentru studiul traiectoriei unui satelit în jurul Pământului	28
2.2.1 Considerații teoretice	29
2.2.2 Organizarea documentelor Mathcad	31
2.3 Instrument didactic Mathcad pentru studiul oscilatorului eliptic	41
2.3.1 Repere teoretice	42
2.3.2 Sistematizarea documentelor Mathcad	44
2.4 Instrument didactic interactiv Mathcad pentru calculul forței electromagnetice	54
2.4.1 Principii teoretice	55
2.4.2 Structurarea documentelor Mathcad	56
2.5 Bibliografie capitolul II	63
CAPITOLUL III – Studiul fenomenelor periodice cu programul Excel.....	67
3.1 Abordări conceptuale	67
3.2 Instrumente didactice Excel pentru studiul mișcării circulare.....	72
3.3 Instrumente didactice Excel pentru studiul compunerii oscilațiilor armonice perpendiculare	83
3.4 Bibliografie capitolul III	101
CAPITOLUL IV – Utilizarea programului ImageJ în curriculum de Fizică în învățământul preuniversitar	105

4.1	Introducere	105
4.2	Software-ul ImageJ - instrument de măsurare pentru experimente de optică ondulatorie	111
4.2.1	Studiul inelelor lui Newton în lumină monocromatică transmisă	112
4.2.2	Interferența luminii folosind biprisma Fresnel	121
4.2.3	Difracția luminii	127
4.3	Software-ul ImageJ - instrument de măsurare pentru determinarea ariei unei frunze	132
4.3.1	Determinarea ariei frunzei cu ajutorul instrumentului „Freehand Selection Tool” – instrument de selecție liberă din meniul ImageJ	133
4.3.2	Determinarea ariei frunzei cu ajutorul instrumentului „The Magic Wand Tool” din meniul ImageJ	134
4.3.3	Determinarea valorii medii a ariei frunzei cu software-ul ImageJ	135
4.3.4	Determinarea procentului de culoare diferită din aria unei frunze	137
4.4	Software-ul ImageJ – instrument de măsurare în studiul fenomenelor capilare	139
4.4.1	Considerații generale	139
4.4.2	Studiul fenomenelor capilare folosind tuburi capilare	141
4.4.3	Fenomene capilare între două plăci paralele	144
4.4.4	Fenomene capilare între două plăci neparalele	145
4.5	Bibliografie capitolul IV	149

CAPITOLUL V – Software-uri atașate unor sisteme de achiziție și prelucrare a datelor pentru studiul histerezisului elastic și a mișcării în câmp gravitațional

5.1	Introducere	152
5.2	Studiul histerezisului elastic	162

5.2.1	Studiul histerezisului elastic la benzile de cauciuc folosind sistemul de achiziție și prelucrarea a datelor Cobra 3	163
5.2.2	Studiul histerezisului elastic la benzile de cauciuc folosind tableta Einstein	173
5.3	Studiul căderii libere a unui corp în câmpul gravitațional constant al Pământului	176
5.4	Bibliografie capitolul V	179
CONCLUZII		182
LISTA LUCRĂRILOR PUBLICATE		203

Notă: Numerotarea subcapitolelor, figurilor, tabelelor și formulelor din prezentul rezumat este aceeași cu cea din teza de doctorat.

CAPITOLUL I

Softurile didactice - medii educaționale de instruire la Fizică în învățământul preuniversitar

1.1 Tendințe ale integrării unor instrumente software în studiul experimental și teoretic al Fizicii

La ora actuală, fizica educațională înglobează Tehnologiile Informației și Comunicațiilor (TIC) și software-ul educațional datorită capacității acestora de a simplifica conținuturile abstracte și de a genera interesul și îmbunătățirea rezultatelor învățării. Predarea noțiunilor de fizică, de la simplu la complex, presupune dezvoltarea unui mediu în care elevii pot explora și înțelege principii din viața lor de zi cu zi și modul în care fizica se raportează la celelalte științe. În acest context, utilizarea calculatorului și a soft-urilor educaționale în cadrul lecțiilor de fizică devine un element important în procesul de predare-învățare a fizicii, iar elevul un participant activ al acestui demers.

Astăzi sunt disponibile programe software și aplicații IT într-o varietate mare astfel încât să ofere oportunități atât pentru modelarea conceptelor și proceselor studiate cât și un suport solid pentru îmbunătățirea instruirii în laboratorul de fizică.

În teza de față sunt continuate cercetările anterioare de explorare a programelor Mathcad, Excel, ImajeJ, precum și a software-urilor atașate tabletei Einstein, în domeniul fizicii educaționale și sunt aduse contribuții originale prin elaborarea unor instrumente de predare-învățare a noțiunilor teoretice dar și a unor instrumente de achiziție și prelucrare a datelor din experimentele didactice de fizică.

Mathcad este o soluție unică care permite efectuarea, analizarea și partajarea celor mai multe calcule ingineresti importante. Astfel, cu software-ul Mathcad se pot efectua calcule matematice într-o formă lizibilă, ușor de înțeles, în timp real, de la evaluarea unei expresii până la rezolvarea de ecuații diferențiale, calcul integral și calcul matricial. Totodată, pot fi integrate diagrame, grafice, texte și imagini, în documente unice, interactive, cu aspect profesional. Mathcad permite interacțiunea cu fișiere de date și cu aplicații răspândite cum ar fi Microsoft Excel. Unul dintre avantajele utilizării

programului Mathcad pentru a preda cursuri de inginerie este că studenții pot scrie codul așa cum văd formulele în manual sau în notițele de curs de la instructor. Un alt avantaj al utilizării programului Mathcad în cursurile de inginerie este capacitatea de a transporta unitățile de măsură prin calcule. Astfel, dacă atașăm unități de măsură la mărimile fizice în *datele de intrare* atunci valorile numerice ale mărimilor fizice calculate vor fi afișate cu unitățile corespunzătoare de măsură. Mathcad are, de asemenea, capabilități de procesare a textului care simplifică schimbul de conținut cu documente Word în scopuri de raportare. Orice modificare într-un document Mathcad conduce la reevaluarea rezultatelor sub formă numerică și grafică. Această formă familiară de design de notebook face posibilă studierea, inspecția și controlul unui proiect ingineresc precum și partajarea precisă a informațiilor critice al proiectului [5-6].

Programul Mathcad este utilizat nu numai în proiectele ingineresti ci și în Fizica Educațională. Astfel, cu MathCad au fost prelucrate datele în experimentele de optică neliniară [8], a fost simulată reprezentarea vectorială a unui câmp electric generat de două distribuții liniare de sarcină electrică [9], a fost realizat un pachet software de calcul pentru cursul general de fizică nucleară adresat studenților [10], au fost efectuate calcule în problema de echilibru mecanic a lanțului închis, cu sau fără sarcină, trecut peste un cilindru orizontal [11]. De asemenea, tot cu Mathcad a fost rezolvată ecuația de propagare a căldurii în problema contactelor electrice [12].

Excel este un program omniprezent și ușor de înțeles. Elevii sunt familiarizați cu foile de calcul și știu să le folosească pentru analiza datelor. Utilizarea programelor de foi de calcul precum Excel poate fi privită ca o variantă a utilizării limbajelor personale de programare. Foile de calcul au fost folosite în educație încă din 1984, principalul lor avantaj constând în faptul că utilizatorii nu au nevoie să învețe un limbaj de programare pentru a le folosi. Programele de calcul tabelar sunt bine echipate cu funcții trigonometrice, exponențiale și logaritmice, împreună cu operatori aritmetici, relaționali și logici pentru combinarea acestor funcții. Ca rezultat, foaia de calcul este un instrument convenabil și la îndemână pentru efectuarea multor tipuri de calcule care apar în fizica generală, fizica cuantică, electronică, electrodinamică și fizică nucleară. Pe lângă aplicațiile din Fizica Educațională, foile de calcul au multe aplicații și în Matematica Educațională, chimie, bioștiințe și inginerie. În plus, datorită mediului de programare Visual Basic for Application (VBA) integrat și facilităților puternice de

trasare a graficelor, foile de calcul favorizează afișarea și utilizarea rezultatelor unor astfel de calcule. Rezultatele instantanee sunt disponibile atât în forme numerice cât și vizuale.

Cu ajutorul foilor de calcul poate fi explorată natura iterativă a calculului numeric și există posibilitatea de a afișa rezultatele sub formă grafică. Ca dezavantaj, găsirea erorilor cât și modificarea calculelor pot fi uneori dificile ținând seama că rezultatul unei simulări este un tabel populat cu numere. Cu toate acestea, procesarea foilor de calcul reprezintă o modalitate populară de implementare a modelării computaționale în predarea fizicii în diverse contexte. Ținând seama că efectele vizuale măresc capacitatea elevilor să înțeleagă Fizica, aceștia învață mai bine cu exemple, videoclipuri și simulări. Programul Excel poate fi folosit pentru o varietate de sarcini de la calcule simple la simulare și reprezentare grafică. Utilizarea foilor de calcul ca instrumente de predare a Fizicii ajută elevii la clarificarea unor concepte. Elevii pot deveni capabili să înțeleagă limitele metodelor analitice și să aprecieze importanța metodelor de calcul adoptate pentru simulare. O astfel de perspectivă i-ar motiva să cerceteze mai profund conceptele din fizică care le sunt predate și să-i antreneze să rezolve probleme mai realiste și orientate spre cercetare [3, 17-19].

Cu programul Excel au fost elaborate instrumente pentru predarea noțiunilor de bază ale opticii geometrice, ca de exemplu reflexia și refracția luminii sau aplicarea principiului lui Fermat. De asemenea, a fost realizat un instrument pentru studiul deviației razei de lumină în prisma optică. Diagrama instrumentului permite stabilirea domeniului de valori ale unghiului de incidență pentru satisfacerea condiției de emergență [20-21].

Microsoft Excel a fost utilizat pentru a aborda noțiuni de bază ale termodinamicii și fizicii statistice. Au fost descrise instrumente didactice interactive cu foi de calcul pentru studiul distribuției Maxwell-Boltzmann după viteze și a procesului izoterm la gazul ideal. Prin integrarea combinată a acestor instrumente în lecțiile de fizică, elevii pot clarifica concepte ca distribuția după viteze, transformarea izotermă și lucrul mecanic în termodinamică [25].

Foile de calcul Excel au fost utilizate și în studiul fenomenelor electromagnetice și Teoriei Relativității Restrânse. A fost prezentată utilizarea unei foi de calcul pentru simularea mișcării particulelor încărcate în prezența câmpurilor electrice și magnetice

uniforme [27] și au fost descrise instrumente didactice pentru studiul regimului tranzitoriu într-un circuit cu rezistență și capacitate legate în serie [28]. Teoria Relativității Restrânse a fost abordată cu instrumente interactive care permit analiza legăturii spațio-temporale dintre două evenimente în două sisteme de referință inerțiale aflate în mișcare relativă unul față de celălalt. Astfel, cu un număr mare de exemple și situații particulare, elevii pot înțelege mai ușor consecințele transformărilor Lorentz și pot depăși obstacolele inerente întâmpinate în studiul fizicii relativiste [29].

ImageJ este un program open-source de prelucrare și analiză a imaginilor, disponibil la adresa (<http://rsb.info.nih.gov/ij/>). Programul a fost scris de Wayne Rasband de la Institutul Național de Sănătate, SUA. Interfața grafică este prietenoasă, ușor de utilizat și conține o serie de instrumente de bază necesare procesării imaginilor. Se pot măsura distanțe, unghiuri, arii și se pot realiza diverse calcule statistice pentru anumite zone selectate de utilizator sau pentru întreaga imagine. De asemenea, ImageJ permite diverse procesări standard ca netezirea (smooth), detecția conturilor, filtrarea mediană sau modificarea contrastului [31].

ImageJ este deosebit de ușor de utilizat și distribuit deoarece codul sursă se află în domeniul public. Ca urmare, poate fi extins cu ușurință adăugând funcții suplimentare sub formă de plugin-uri, macro-uri sau scripturi [32-34].

ImageJ dezvoltat inițial pentru științele biologice și medicină, este un instrument util pentru orice domeniu care beneficiază de vizualizarea, prelucrarea imaginilor și analiză precum științele Pământului, astronomie, dinamica fluidelor, procesare semnal etc. La ora actuală ImageJ se poate aplica cu succes și în domeniul educației.

În literatura de specialitate a fost descris modul în care programul ImageJ poate fi utilizat la studiul fractalilor. Elevii pot învăța cum se calculează dimensiunea fractală prin efectuarea manuală a procedurii pe exemple simple dar pot folosi ImageJ pentru a ajunge rapid și eficient la rezultat. A fost prezentat ca exemplu calculul dimensiunii fractale a unei frunze [35].

Programul ImageJ a fost utilizat cu succes în experimentele de optică geometrică și optică ondulatorie. Folosind instrumentele de analiză a imaginii cu programul ImageJ, a fost descris un experiment prin care s-a determinat distanța focală a obiectivului unei camere smartphone. Distanța focală măsurată a fost în acord cu valoarea menționată de către producătorul camerei smartphone. Au fost explorate atât avantajele cât și limitările

ecuației lentilei subțiri. Experimentul poate fi folosit ca o introducere sau o motivație pentru a explora subiecte mai avansate din optica geometrică [36]. S-a arătat cum poate fi folosit ImageJ la prelucrarea datelor în experimentul de interferență și difracție a unei pseudo-duble fante realizate cu ajutorul a două plăci de sticlă. Prin reglarea unghiului dintre cele două plăci se poate vizualiza modelul de difracție cu o singură fantă sau modelul de interferență cu fantă dublă [37].

O importanță deosebită în predarea fizicii, o au experimentele asistate de calculator. Astfel, un computer echipat cu o interfață de măsurare cu senzori și software specializat îndeplinește rolul de instrument universal de măsurare. Utilizarea senzorilor computerizați în cursul experimentelor de fizică efectuate în laborator oferă o serie de beneficii pentru procesul educațional. În primul rând, le permite elevilor să măsoare foarte rapid mărimi fizice cu precizie ridicată în orice interval de valori și totodată să efectueze măsurători repetate. În al doilea rând, elevii pot conecta mai mulți senzori simultan și pot astfel măsura mai mulți parametri ai sistemului simultan; în plus, senzorii sunt conectați direct la computer prin porturile USB fără alte unități auxiliare. În al treilea rând, datele din experiment sunt trimise de la senzori la tabletă, unde se află sistemul de măsurare instalat, un exemplu fiind programul MiLab, care procesează automat parametrii de intrare. Un astfel de sistem permite înregistrarea modificărilor parametrilor fizici în timpul efectuării unui experiment. Datele obținute în urma efectuării experimentelor didactice asistate de calculator pot fi prelucrate și cu diverse softuri precum SciDavis, Origin sau Excel pentru calculul unor mărimi fizice sau pentru trasarea graficelor. Elevii pot face astfel comparația cu graficele afișate în urma realizării experimentului.

Sistemul COBRA 3 de achiziție și prelucrare a datelor, furnizat de PHYWE Company, a fost utilizat pentru studiul unor fenomene periodice precum oscilațiile pendulului gravitațional și bătăile inimii. Pentru bătăile inimii, măsurătorile au fost efectuate în diferite condiții, și anume, în stare de repaus, în condiții de efort și în condiții de apnee. Datele au fost reprezentate grafic și s-au determinat unele caracteristici ale semnalelor, ca de exemplu, perioada, frecvența și amplitudinea. Prin acest studiu în care realizarea experimentului a fost asistată de calculator, elevii au fost capabili să stabilească legături între concepte din Fizică, precum propagarea și

interferența undelor și noțiuni de anatomie și fiziologie legate de sistemul circulator și de funcțiile inimii într-o abordare interdisciplinară [45].

Teza, atât prin conținutul său cât și prin modul de abordare a unor tematici din Fizică, și-a fixat următoarele obiective:

- Elaborarea de instrumente didactice interactive cu programele Mathcad și Excel pentru predarea și învățarea unor noțiuni de bază din diverse capitole ale Fizicii în vederea clarificării de către elevi a unor concepte fundamentale;
- Integrarea programului ImajeJ, a tabletei Einstein și a software-urilor educaționale atașate acesteia, în cadrul experimentelor didactice de fizică, în vederea optimizării instruirii elevilor și a dezvoltării capacității de investigare a acestora.

Pentru atingerea acestor obiective am structurat teza pe patru capitole plus Introducerea și Concluziile.

În capitolul al doilea se arată cum pot fi create documente Mathcad pentru studiul mișcării în câmp central și pentru calculul forței electromagnetice. Pentru studiul mișcării în câmp central au fost descrise două instrumente, și anume, un instrument pentru calculul traiectoriei unui satelit în jurul Pământului și un instrument pentru studiul mișcării oscilatorului eliptic. Pentru calculul forței electromagnetice asupra unui conductor parcurs de curent electric, plasat într-un câmp magnetic uniform, au fost descrise tot două instrumente, și anume, un instrument care tratează cazul unui conductor rectiliniu și un instrument care tratează cazul unui conductor de forma unui arc de cerc.

În capitolul al treilea sunt descrise instrumente elaborate cu programul Excel pentru studiul unor fenomene periodice. Au fost prezentate instrumente pentru studiul mișcării circulare și instrumente pentru studiul compunerii oscilațiilor armonice perpendiculare. Pentru studiul mișcării circulare au fost elaborate trei instrumente, și anume, un instrument pentru simularea mișcării circulare uniforme, un instrument pentru simularea mișcării circulare uniform variate și un instrument pentru rezolvarea unei probleme de fizică care implică întâlnirea a două mobile care se deplasează uniform pe un cerc de rază dată. Pentru studiul compunerii oscilațiilor armonice perpendiculare au fost prezentate două instrumente, și anume, un instrument pentru

vizualizarea figurilor Lissajous obținute din compunerea oscilațiilor neamortizate și un instrument pentru vizualizarea figurilor Lissajous obținute din compunerea oscilațiilor amortizate în regim periodic. Pe lângă vizualizarea figurilor Lissajous, instrumentele prezentate permit și simularea mișcării punctului material pe traiectoria rezultantă.

În capitolul al patrulea este descris modul în care software-ul ImageJ poate fi folosit în diferite experimente de fizică, precum studiul interferenței luminii, studiul difracției luminii, studiul fenomenelor capilare și determinarea ariilor suprafețelor neregulate, ca de exemplu, ariei unei frunze. Pentru studiul interferenței luminii au fost prezentate două experimente, și anume, studiul inelelor lui Newton în lumină monocromatică transmisă și studiul biprisme Fresnel. Cu ajutorul programului ImageJ au fost vizualizate franjele de interferență și s-au calculat valorile interfranjei și ale lungimii de undă pentru radiația folosită în cele două cazuri. Pentru studiul difracției luminii a fost prezentată rețeaua de difracție și modul în care programul ImageJ a fost utilizat pentru a vizualiza figura de difracție și a calcula lungimea de undă a radiației folosite. Aria și perimetrul unei frunze au fost determinate atât cu ajutorul hârtiei milimetrice cât și cu programul ImageJ și a fost prezentată o analiză comparativă pentru a pune în evidență avantajele utilizării programului ImageJ în acest scop. Pentru studiul fenomenelor capilare au fost prezentate trei experimente pentru determinarea coeficientului de tensiune superficială al unei soluții de KMnO_4 folosind legea lui Jurin. Primul experiment descrie fenomenele capilare în tuburile capilare, al doilea, fenomenele capilare între două plăci paralele introduse într-un lichid și, al treilea, fenomenele capilare între două plăci neparalele. S-a arătat cum poate fi utilizat programul ImageJ pentru prelucrarea datelor în cele trei experimente.

În capitolul al cincilea este descris modul în care sistemul de achiziție și prelucrare a datelor din seria Cobra 3 al Firmei Phywe (Germania) și Tableta Einstein a Firmei Fourier Education (SUA-Israel), împreună cu software-urile ce le însoțesc, pot fi folosite pentru realizarea unor experimente de fizică, precum studiul histerezisului elastic și studiul mișcării corpurilor pe verticală în câmpul gravitațional constant al Pământului. Pentru studiul histerezisului elastic au fost prezentate două experimente, și anume, studiul comportării unui resort elastic atât la deformare cât și la revenirea sa în starea inițială, respectiv, studiul deformării unei benzi de cauciuc. S-a arătat cum poate fi utilizat sistemul de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3 și tableta Einstein pentru

trasarea curbei de histerezis și pentru calculul energiei de deformare în cele două cazuri. Pentru studiul mișcării corpurilor pe verticală au fost prezentate două experimente, și anume, studiul căderii libere a unei bile de oțel și, respectiv, studiul aruncării pe verticală de jos în sus a unei mingii de baschet. S-a arătat cum poate fi utilizat sistemul de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3 și tableta Einstein pentru trasarea graficelor coordonată-timp, viteză-timp, energie cinetică-timp, energie potențială-timp și pentru calculul accelerației gravitaționale din datele achiziționate. De asemenea, am arătat modul în care elevii pot folosi diferite software-uri de prelucrare a datelor precum SciDavis sau Excel pentru a prelucra datele obținute în urma realizării experimentelor enumerate anterior.

1.2 Bibliografie capitolul I

1. Uddin, Z., Ahsanuddin, M., Khan, D.A., Teaching physics using Microsoft Excel, *Physics Education*, **52**(5), 053001, 2017.
2. Gubatenko, M.S., Shchegolev, S.S., Mathematical modeling of the transition processes in the electric power system, *AIP Conference Proceedings* **1797**, 030004, 2017.
3. Topasna, D.M., Topasna, G.A., Nonlinear optics Mathcad exercise for undergraduate students, *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, **9665**, 96651Q, 2007.
4. Spreen, J.H., Using Mathcad to help visualize electromagnetic vector fields, *American Society for Engineering Education*, 2005.
5. Sarantites, D.G., Sobotka, L.G., Computational templates for introductory nuclear science using Mathcad, *American Journal of Physics*, **81**(44), 44 – 49, 2013.
6. Ochkov, V., Orlov, K., Barochkin, E., Vasileva, I., Nikulchev, E., STEM – technology example of the computational problem of a chain on a cylinder, *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, **11**(11), 60 – 65, 2020.
7. Kharin, S.N., Naurzy, T.A., Miedzinski, B., Two phase spherical Stefan inverse problem solution with linear combination of radial heat polynomials and integral

- error functions in electrical contact process, *International Journal of Mathematics and Physics*, **11**(2), 4 – 13, 2020.
8. Keith, T.G., Cioc, S., Jiang, H., Spreadsheet computations of a symmetric double wedge airfail in supersonic flow, *International Journal of Mechanical Engineering Education*, **48**(3), 255 – 270, 2020.
 9. Weber, J., Wilhelm, T., The benefit of computational modelling in physics teaching: a historical overview, *European Journal of Physics*, **41**(3), 034003, 2020.
 10. Katoch, S.K., MS-Excel spreadsheet applications in introductory under-graduate physics – a review, *Journal of Science and Technology*, **5**(3), 48 – 52, 2020.
 11. Singh, S.K., Kashzap, J.S., Rajwani,P., Kaur, S., A computer based experiment to show that Snell’s law follows from Fermat’s principle, *Physics Education*, **54**(5), 055019, 2019.
 12. Grigore, I., Berlic, C., Barna, V., Spreadsheets in Physics: Didactic tools for learning concepts of Geometrical Optics, In *Proceedings of the 9th International Conference on Education and New Learning Technologies*, 4509 – 4517, 2017.
 13. Grigore, I., Miron, C., Barna, E.S., Exploring Excel spreadsheets in the teaching and learning of certain concepts of Statistical physics and Thermodynamics, In *Proceedings of the 10th International Conference on Virtual Learning*, 399 – 405, 2015.
 14. Singh, I., Khun, K.K., Kaur, B. Visualizing the trajectory of a charged particle in electric and magnetic fields using an Excel spreadsheet, *Physics Education*, **54**(1), 015002, 2018.
 15. Grigore, I., Miron, C., Barna, E.S., The study of the transient regime in electric circuits with Excel spreadsheets, *Romanian Reports in Physics*, **68**(3), 1281 – 1295 2016.
 16. Grigore, I., Miron, C., Barna, E.S., Using Microsoft Excel in teaching and learning relativistic kinematics, *Romanian Reports in Physics*, **67**(2), 716 – 732, 2015.
 17. Rueden, C.T., Eliceiri, K.W. ImageJ for the next generation of scientific image data, *Microscopy and Microanalysis*, **25**(S2), 142 – 143, 2019.

18. Ferreira, T., Rasband, W., The ImageJ user guide version 1.44, 2011.
<http://rsbweb.nih.gov/ij/docs/user-guide.pdf>.
19. Zain, R.M., Razali, A.M., Salleh, K.A.M., Yahya, R., Image reconstruction of X-ray tomography by using image J platform, *AIP Conference Proceedings* **1799**(1), 050010, 2017.
20. Abràmoff, M.D., Magalhães, Ram, S.J., Image processing with ImageJ, *Biophotonics International* **11**(7), 36 – 42, 2004.
21. Souza, P.V.S., Alves, R.L., Balthazar, W.F., A tool to study fractals in an interdisciplinary perspective, *The Physics Teacher*, **57**, 467 – 469, 2019.
22. Sullivan, M.C., Using a smartphone camera to explore ray optics beyond the thin lens equation, *American Journal of Physics*, **90**(8), 610 – 616, 2022.
23. Kang, C., Nam, H., Kim, J.B., Pseudo-double-slit experiment with two glass plates, *The Physics Teacher*, **58**(9), 649 – 651, 2020.
24. Stoica, D., Miron, C., Jipa, A., The study of the periodical phenomena, *Romanian Reports in Physics*, **66**(4), 1285 – 1300, 2014.

CAPITOLUL II

Instrumente didactice interactive realizate cu programul Mathcad pentru studiul mișcării în câmp central și pentru calculul forței electromagnetice

2.1 Delimitări conceptuale

Problema mișcării în câmp central este una din cele mai studiate probleme ale Mecanicii clasice având în vedere importanța sa atât pentru astronomie și astrofizică cât și pentru fizica atomică. Pentru predarea și învățarea acestui subiect au fost elaborate o serie de instrumentele didactice descrise pe larg în literatura de specialitate.

A fost studiat „domeniul de siguranță” al orbitelor eliptice ale sateliților, respectiv traiectoriilor balistice ale rachetelor, în câmpul central gravitațional, comparativ cu traiectoriile parabolice ale proiectilelor în câmpul gravitațional uniform. S-au discutat exemple de utilizări practice ale înfășurătoarei familiei de orbite [1]. Legile lui Kepler ale mișcării planetare sunt recunoscute ca fiind semnificative pentru formularea legii gravitației universale. Au fost prezentate diferite modalități de a obține legea ariilor egale pentru Pământ prin geometrie generală și metode trigonometrice într-o variantă mult mai simplă decât demonstrația originală dată de Kepler [3].

Utilizând legile de conservare ale momentului cinetic și energiei mecanice pentru mișcarea în câmp central s-a stabilit o ecuație a traiectoriei care ne arată cum variază unghiul dintre vectorul de poziție și vectorul viteză cu distanța la centrul de forță. Totodată, s-a stabilit o ecuație a elipsei pornind de la relația care leagă excentricitatea de distanța dintre focare și proprietatea focarelor din optica geometrică cu privire la reflexia razei de lumină pe o oglindă eliptică. Comparând cele două ecuații se demonstrează prima lege a lui Kepler conform căreia traiectoria planetei în jurul Soarelui este o elipsă [4].

S-a studiat mișcarea radială a unui obiect în câmpul gravitațional generat de o distribuție izotropă de masă singulară la origine. Folosind programul Mathcad s-au analizat diverse traiectorii ale stelelor pentru o distribuție dată a masei galaxiei [9]. A fost descris pachetul PROPAT de funcții Matlab pentru a simula orbita unui satelit și au

fost prezentate câteva simulări efectuate cu acest pachet, de exemplu pentru satelitul 1U CubeSat [10]. În mediul de programare C++, folosind Qt Framework, a fost creat pachetul software GUI pentru simularea dinamicii sateliților în apropierea Pământului [11].

În literatură a fost abordată și mișcarea în câmp central sub acțiunea unei forțe de tip elastic. Oscilatorul armonic bidimensional oferă o modalitate unică de a analiza în mod explicit rolul simetriilor în mecanica clasică și cuantică. Tratatamentul semiclassical al oscilatorului armonic bidimensional constituie un exemplu instructiv de a studia relația dintre mișcarea clasică și spectrul energetic cuantic. S-au stabilit astfel relații între proprietățile clasice și cele cuantice ale oscilatorului armonic [18]. S-a analizat mișcarea de precesie a elipsei și a fost prezentată o formulă pentru calculul ratei de precesie [19]. Pentru un pendul cu arc care se mișcă pe o traiectorie eliptică, cu ecuațiile Lagrange și tehnica de perturbație SM s-au obținut soluțiile analitice aproximative și s-au identificat rezonanțele sistemului cu ajutorul programului MATLAB [20].

S-a demonstrat că programul Mathcad, datorită unei interfețe ușor de utilizat, poate fi un instrument eficient de învățare a Electromagnetismului și s-au dat exemple concrete de utilizare a acestui program în rezolvarea unor probleme de electrostatică, propagarea undelor și antene [22]. Utilizând atât Mathcad cât și alte programe ca Visual Basic, Matlab, Femlab, a fost descris un mediu integrat interactiv de experimente virtuale pentru a preda eficient atât teoria cât și aspectele practice ale Electromagnetismului [23]. Cu programul Matlab au fost descrise instrumente interactive de predare și evaluare a cunoștințelor din Electromagnetism. Cu aceste instrumente studenții au putut explora în ritmul lor propriu ecuații relevante din electrostatică, magnetostatică, câmp electromagnetic și linii de transmisie [25].

2.2 Instrument didactic interactiv Mathcad pentru studiul traiectoriei unui satelit în jurul Pământului [32]

În această secțiune este descris un instrument didactic interactiv realizat cu foi de lucru în Mathcad pentru studiul traiectoriei unui satelit în jurul Pământului. Satelitul este considerat ca punct material și se neglijează mișcarea de rotație a Pământului în jurul axei proprii. În funcție de datele de intrare, poate fi redată traiectoria satelitelui lansat pe orbită în jurul Pământului. Modificarea condițiilor inițiale permite observarea

feedbackului asupra traiectoriei eliptice. De asemenea, se pot obține și situațiile particulare corespunzătoare traiectoriei balistice sau evadării din câmpul gravitațional terestru când traiectoria devine o parabolă sau o hiperbolă.

2.2.1 Considerații teoretice

Considerăm un corp de masă m , modelat ca punct material, care se mișcă în câmpul gravitațional al unui corp masiv de masă M , unde $M \gg m$. În raport cu un sistem de referință inerțial legat de corpul de masă M traiectoria punctului material este o conică a cărei ecuație, în coordonate polare (r, θ) , se scrie [33]:

$$r_{(\theta)} = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos(\theta - \gamma)} \quad (2.2.1)$$

În ecuația (2.2.1) p este parametrul conice, ε este excentricitatea iar γ unghiul de anomalie.

Mărimile p , ε și γ sunt determinate de condițiile inițiale ale mișcării.

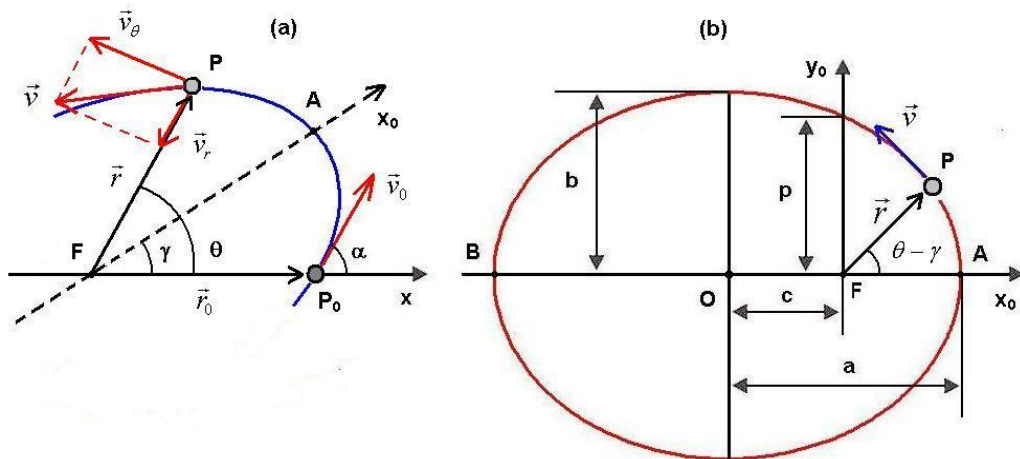


Fig. 2.2.1. Mișcarea în câmp central: (a) Precizarea condițiilor inițiale;
(b) Traiectorie eliptică raportată la axele de simetrie [32]

Fixăm condițiile inițiale prin distanța față de centrul de forță, r_0 , modululul vectorului viteză, v_0 , și unghiul α_0 dintre vectorul de poziție \vec{r}_0 și vectorul viteză \vec{v}_0 așa cum se arată în Fig. 2.2.1.a.

Momentul cinetic al punctului material în raport cu centrul de forță, L , și energia totală a sistemului format din cele două corpuri, E , se conservă. Avem:

$$L = mr^2\dot{\theta} \quad E = \frac{1}{2}mv^2 - k\frac{mM}{r} \quad (2.2.2)$$

unde k reprezintă constanta gravitațională iar v este viteza punctului material.

Cele două constante ale mișcării, L și E, pot fi scrise în funcție de condițiile inițiale:

$$L = mr_0v_0 \sin \alpha_0 \quad E = \frac{1}{2}mv_0^2 - k\frac{mM}{r_0} \quad (2.2.3)$$

Parametrul p , excentricitatea ε și unghiul γ dintre axa Ox și axa de simetrie Ox_0 a conicei se calculează astfel:

$$p = \frac{L^2}{km^2M} \quad \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{k^2m^3M^2}} \quad \gamma = \arctg \frac{p}{(r_0 - p)\operatorname{tg} \alpha_0} \quad (2.2.4)$$

Dacă $E < 0$ atunci traiectoria este o elipsă având unul dintre focare în centrul de forță. Semiaxele elipsei, a și b și distanța focală c sunt date de relațiile:

$$a = \frac{kmM}{2|E|} \quad b = \frac{L}{\sqrt{2m|E|}} \quad c = \varepsilon a \quad (2.2.5)$$

Perioada de rotație orbitală a satelitului depinde de semiaxa mare a traiectoriei eliptice conform relației:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{kM}} \quad (2.2.6)$$

2.2.2 Organizarea documentelor Mathcad

Documentul Mathcad pentru studiul mișcării unui satelit în jurul Pământului este împărțit în trei secțiuni: *Date de intrare*, *Rezolvare* și *Rezultate*, fiecare secțiune având propriile sale subsecțiuni. În Fig. 2.2.2 este redată foaia Mathcad cu secțiunile *Date de intrare* și *Rezolvare*.

Datele de intrare sunt grupate în două subsecțiuni, *Date generale* și *Condiții inițiale*. În subsecțiunea *Date generale* se introduc următorii parametri: constanta gravitațională, k; raza Pământului, RP; masa Pământului, M; masa satelitului, mo. În subsecțiunea *Condiții inițiale* se introduc parametrii: altitudine, h; viteză inițială, v_0 ; unghiul de lansare α_0 care reprezintă unghiul dintre vectorul viteza inițială \vec{v}_0 și vectorul raza vectoare inițială \vec{r}_0 . Valoarea numerică a fiecărei mărimi din datele de

intrare a fost înmulțită cu unitatea de măsură corespunzătoare având în vedere că programul Mathcad include în calcule și unitățile de măsură.

APLICATIA ORBITA SATELIT

DATE DE INTRARE

Constanta gravitacionala: $k := 6.664 \cdot 10^{-11} \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Raza Pamantului: $RP := 6371 \text{ km}$ Masa Pamantului: $M := 5.9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Masa satelitului: $m_0 := 100 \text{ kg}$

Condițiile initiale

Altitudine: $h := 2000 \text{ km}$ Viteza initiala: $v_0 := 8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ Unghi de lansare: $\alpha_0 := 90 \text{ deg}$

REZOLVARE

Raza initiala: $r_0 := RP + h$

Momentul cinetic: $L := m_0 \cdot r_0 \cdot v_0 \cdot \sin(\alpha_0)$ Energia totala: $E := \left(\frac{1}{2}\right) \cdot m_0 \cdot v_0^2 - k \cdot m_0 \cdot \frac{M}{r_0}$

Parametrul conicei: $p := \frac{L^2}{(k \cdot m_0^2 \cdot M)}$ Excentricitatea: $\varepsilon := \sqrt{1 + \frac{2 \cdot E \cdot L^2}{k^2 \cdot m_0^3 \cdot M^2}}$ Unghi anomalie: $\gamma := \text{atan}\left[\frac{p}{(r_0 - p) \cdot \tan(\alpha_0)}\right]$

Ecuatia traiectoriei in coordonate polare: $r(\theta) := \frac{p}{1 + \varepsilon \cdot \cos(\theta - \gamma)}$

Parametrii traectoriei: $a := \frac{(k \cdot m_0 \cdot M)}{2 \cdot |E|}$ $b := \frac{L}{\sqrt{2 \cdot m_0 \cdot |E|}}$ $c := a \cdot \varepsilon$

Perioada miscarii orbitale: $T := 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{a^3}{(k \cdot M)}}$

Distanta la Perigeu/Apogeiu: $r_{\text{min}} := a \cdot (1 - \varepsilon)$ $r_{\text{max}} := a \cdot (1 + \varepsilon)$

Viteza in functie de raza: $v(r) := \sqrt{2 \cdot \frac{E}{m_0} + \frac{2 \cdot k \cdot M}{r}}$

Viteza la Perigeu/Apogeiu: $v_{\text{max}} := v(r_{\text{min}})$ $v_{\text{min}} := v(r_{\text{max}})$

Fig. 2.2.2. Foaia de lucru Mathcad cu secțiunile Date de intrare și Rezolvare [32]

În secțiunea *Rezolvare* am scris formulele de calcul ținând seama de ordinea în care programul Mathcad le citește, și anume, de sus în jos și de la stânga la dreapta. Această caracteristică a programului permite o dimensionare compactă a rezolvării problemei abordate.

Pe prima linie a secțiunii *Rezolvare* am scris formula Mathcad pentru calculul modulului razei vectoare inițiale, r_0 , ca suma dintre raza Pământului și altitudinea de lansare, pe linia a doua formulele Mathcad pentru calculul momentului cinetic și a energiei mecanice conform relațiilor (2.2.3) iar pe pe linia a treia, am scris formulele Mathcad pentru calculul parametrului p , excentricității ε și a unghiului de anomalie γ conform relațiilor (2.2.4).

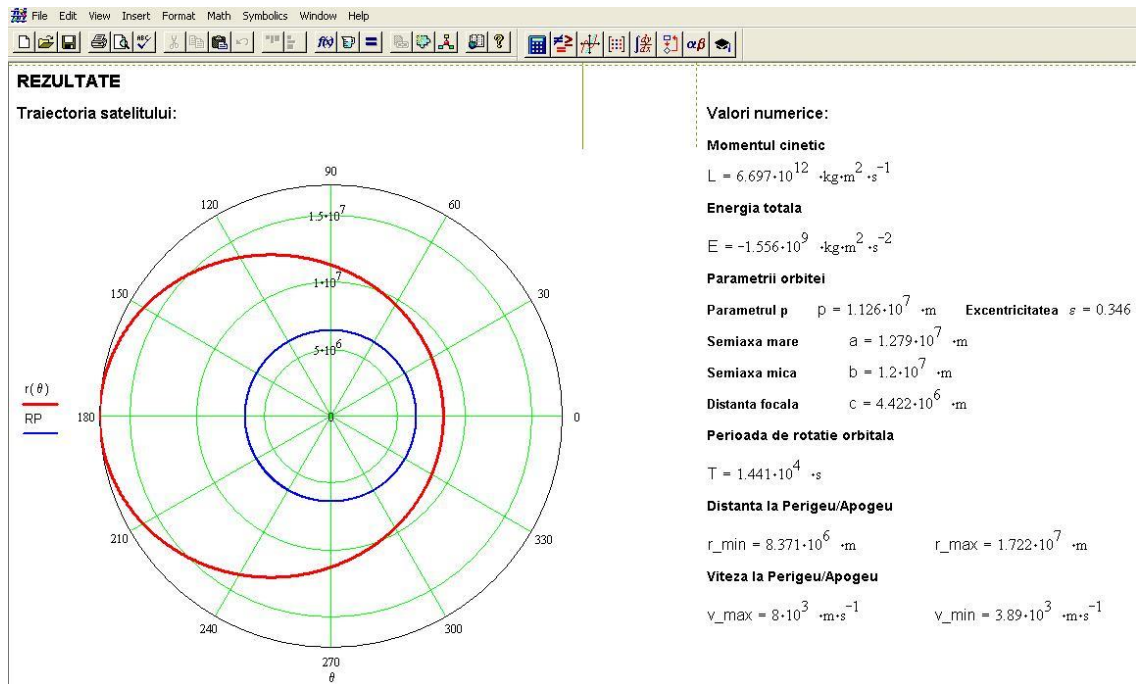


Fig. 2.2.5. Foaia de lucru Mathcad cu secțiunea Rezultate. Traiectoria satelitelui în jurul Pământului pentru $m_0=100 \text{ Kg}$, $h=2000 \text{ Km}$, $v_0=8 \text{ Km/s}$, $\alpha_0=90^\circ$ [32]

Pe linia a patra a secțiunii *Rezolvare* am scris formula Mathcad pentru ecuația traiectoriei în coordonate polare conform relației (2.2.1):

$$r(\theta) := \frac{p}{1 + \varepsilon \cdot \cos(\theta - \gamma)} \quad (2.2.13)$$

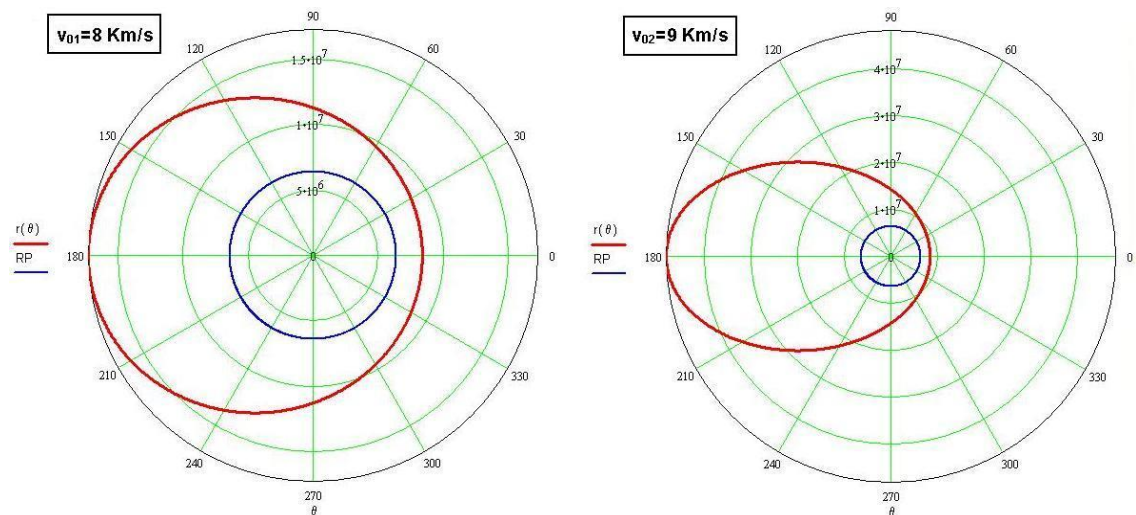


Fig. 2.2.6 Comparație între două traiectorii eliptice. Satelit cu masa $m_0=100 \text{ Kg}$ lansat de la înălțimea $h=2000 \text{ Km}$ sub unghiul $\alpha_0=90^\circ$ cu viteza inițială: a) $v_{01}=8 \text{ Km/s}$; b) $v_{02}=9 \text{ Km/s}$

Pe liniile următoare am scris formulele Mathcad pentru calculul parametrilor traiectoriei, perioadei de rotație orbitală și pentru calculul vitezei punctului material în funcție de raza vectoare conform relațiilor (2.2.5-2.2.8).

Secțiunea Rezultate cuprinde două subsecțiuni descrise în continuare.

În prima subsecțiune, redată în partea stângă a Fig. 2.2.5, este trasată traiectoria satelitului într-un sistem de referință asociat coordonatelor polare. Curba traiectoriei este colorată cu roșu iar cercul asociat suprafeței Pământului este colorat cu albastru. Liniile de grilă corespunzătoare coordonatelor polare r și θ sunt colorate cu verde deschis. Se observă că centrul Pământului reprezintă unul din focarele elipsei.

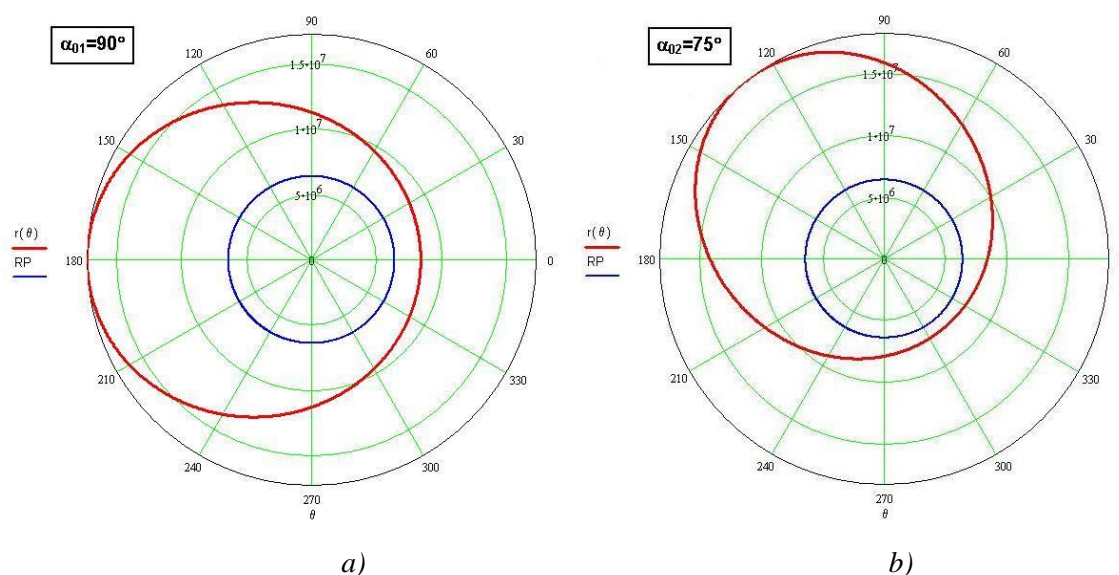


Fig. 2.2.7 Comparație între două traiectorii eliptice. Satelit cu masa $m_0=100$ Kg lansat de la înălțimea $h=2000$ Km cu viteza inițială $v_0=8$ Km/s sub unghiul a) $\alpha_{01}=90^\circ$; b) $\alpha_{02}=75^\circ$ [32]

În a doua subsecțiune, redată în partea dreaptă a Fig. 2.2.5, au fost calculate valorile numerice pentru mărimile caracteristice mișcării satelitului pe orbită: momentul cinetic L , energia totală E , parametrul conicei p ; excentricitatea conicei ε , semiaxele elipsei a , b și distanța focală c ; perioada de rotație orbitală T ; distanța minimă r_{\min} și distanța maximă r_{\max} de la satelit la centrul de forță; viteza maximă v_{\max} și viteza minimă v_{\min} a satelitului pe orbită (viteza la perigeu și viteza la apogeu). Unitățile de măsură ale mărimilor calculate sunt redată în Sistemul Internațional.

Cu ajutorul instrumentului Mathcad descriem în continuare diverse situații de lansare pe orbită a unui satelit cu masa $m_0=100$ Kg .

În Fig. 2.2.5 este redată lansarea satelitului de la înălțimea $h=2000$ Km cu viteza $v_0=8$ Km/s sub unghiul de lansare $\alpha_0=90^\circ$. În subsecțiunea din stânga figurii este redată traiectoria satelitului iar în subsecțiunea din dreapta valorile numerice pentru mărimile caracteristice mișcării orbitale.

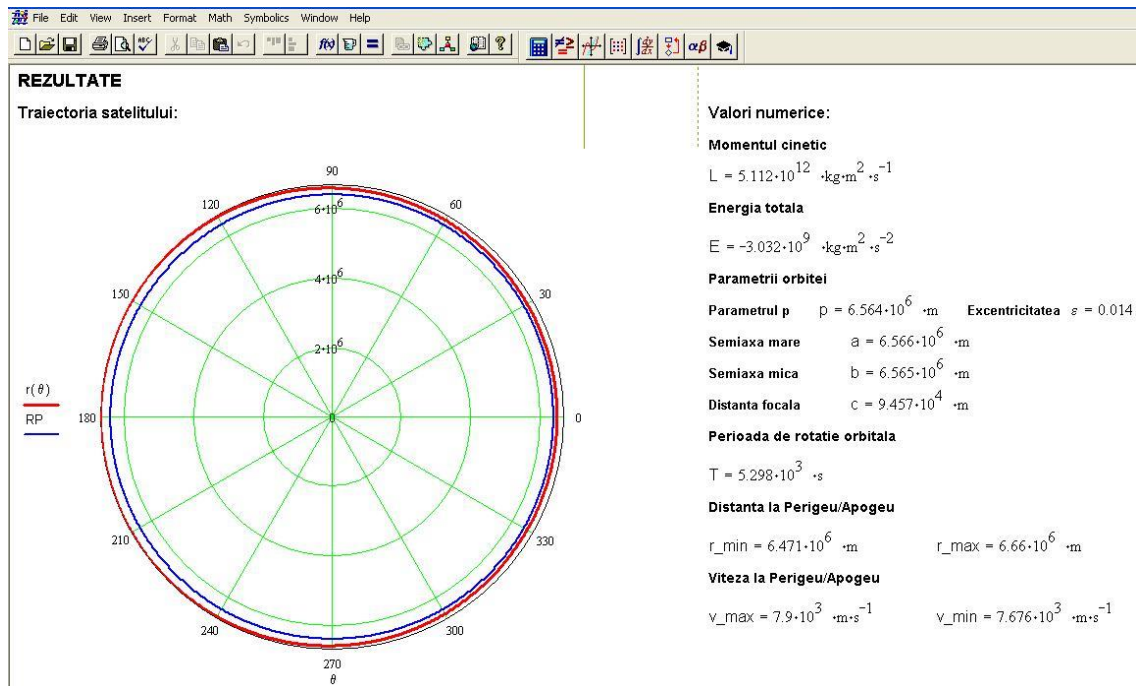


Fig.2.2.9. Foaia de lucru Mathcad cu secțiunea Rezultate. Satelit cu masa $m_0=100$ Kg lansat cu viteza inițială $v_0=7,9$ Km/s sub unghiul $\alpha_0=90^\circ$ de la înălțimea $h=100$ Km [32]

În Fig. 2.2.6 este redată comparativ traiectoria satelitului lansat de la înălțimea $h=2000$ Km sub unghiul de lansare $\alpha_0=90^\circ$ cu viteza inițială $v_{01}=8$ Km/s, respectiv $v_{02}=9$ Km/s. Parametrii orbitei și perioada de rotație orbitală corespunzătoare celor două viteze inițiale sunt date de relațiile (2.2.19-2.2.24).

În Fig. 2.2.7 este redată comparativ traiectoria satelitului lansat de la înălțimea $h=2000$ Km cu viteza inițială $v_0=8$ Km/s, sub unghiul de lansare $\alpha_{01}=90^\circ$, respectiv $\alpha_{02}=75^\circ$. Parametrii orbitei și perioada de rotație orbitală corespunzătoare unghiului de lansare $\alpha_{01}=90^\circ$ au valorile date de (2.2.19) – (2.2.21). Pentru unghiul de lansare $\alpha_{02}=75^\circ$ avem:

$$p = 1,051 \cdot 10^7 \text{ m} \quad \varepsilon = 0,422 \quad (2.2.25)$$

$$a = 1,279 \cdot 10^7 \text{ m} \quad b = 1,160 \cdot 10^7 \text{ m} \quad c = 5,405 \cdot 10^7 \text{ m} \quad (2.2.26)$$

$$T = 1,441 \cdot 10^4 s \quad (2.2.27)$$

Se observă că modificarea unghiului de lansare lasă neschimbate valorile pentru semiaxa mare a elipsei și pentru perioada de rotație orbitală în concordanță cu prima relația din grupul de relații (2.2.20) și, respectiv, cu relația (2.2.21).

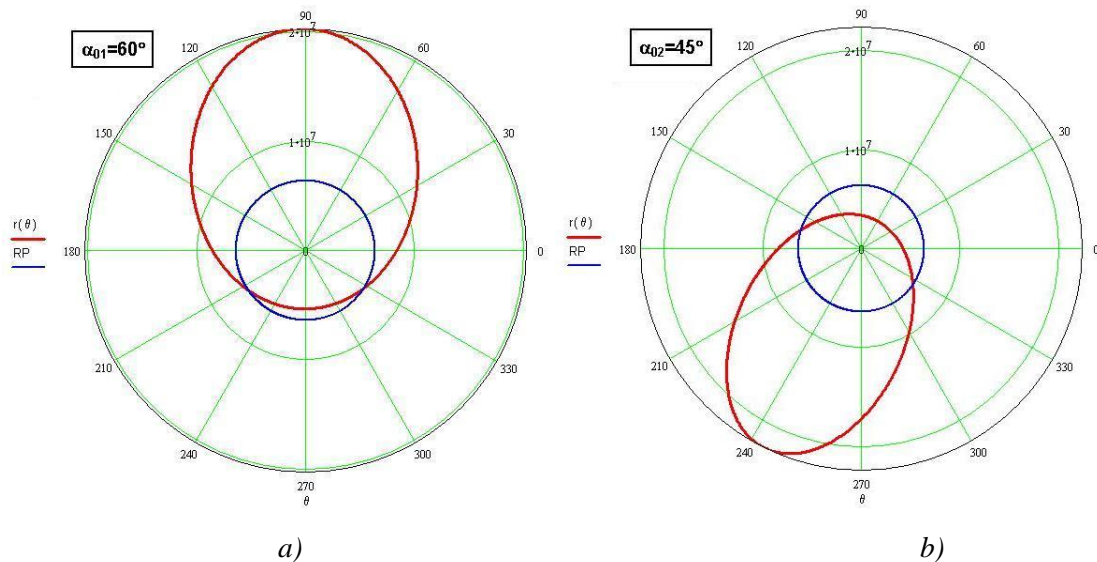


Fig. 2.2.10 Comparație între două traiectorii balistice. Satelit cu masa $m_0=100$ Kg lansat de la înălțimea $h=2000$ Km cu viteza inițială $v_0=8$ Km/s sub unghiul:

a) $\alpha_{01}=60^\circ$; b) $\alpha_{02}=45^\circ$ [32]

În Fig. 2.2.9 este redată lansarea satelitului de la înălțimea $h=100$ Km cu viteza $v_0=7,9$ Km/s sub unghiul de lansare $\alpha_0=90^\circ$. Practic putem considera că satelitul este lansat aproape de la suprafața Pământului. În subsecțiunea din stânga figurii este redată traiectoria satelitului iar în subsecțiunea din dreapta valorile numerice pentru mărimile caracteristice mișcării orbitale. Parametrii orbitei și perioada de rotație orbitală în acest caz sunt dati de relațiile (2.2.31-2.2.33).

Se observă că elipsa urmează îndeaproape suprafața Pământului adică poate fi aproximată cu o traiectorie circulară. Astfel, conform cu (2.2.32) valorile semiaxelor traiectoriei eliptice sunt foarte apropiate între ele. Suntem aproape de situația limită a primei viteze cosmice.

În Fig. 2.2.10 este redată comparativ traiectoria satelitului lansat cu viteza inițială $v_0=8$ Km/s de la înălțimea $h_1=2000$ Km sub unghiul de lansare $\alpha_{01}=60^\circ$, respectiv $\alpha_{02}=45^\circ$. În aceste cazuri am obținut traiectorii balistice. Mișcarea corpului este

delimitată de punctul de lansare și punctul în care elipsa intersectează suprafața Pământului.

2.3 Instrument didactic Mathcad pentru studiul oscilatorului eliptic [34]

În această secțiune este prezentat un instrument didactic proiectat cu foi de lucru Mathcad pentru studiul oscilatorului eliptic. Pentru construcția instrumentului am explorat ecuațiile de mișcare ale unui punct material într-un câmp central de forță cu un potențial de tip elastic. Astfel, poate fi modelată matematic mișcarea unui corp punctual prins de un resort elastic atunci când i se imprimă corpului o viteză inițială după o direcție oarecare în raport cu resortul. *Datele de intrare* cuprind caracteristicile oscilatorului, masa și constanta elastică, condițiile inițiale și un moment arbitrar de timp. Condițiile inițiale au fost precizate prin vectorul de poziție reprezentat în coordonate polare și vectorul viteză inițială reprezentat prin modul și orientare în raport cu raza vectoare inițială. Pentru caracterizarea traiectoriei s-au calculat și amplitudinile și fazele inițiale corespunzătoare mișcării pe cele două axe de coordonate. Prin modificarea momentului de timp în datele de intrare putem urmări mișcarea punctului material pe traiectorie comparativ cu poziția inițială. Se pot obține diverse cazuri particulare ale mișcării oscilatorii când elipsa devine dreaptă în raport cu sistemul de coordonate sau atunci când degenerază într-un segment de dreaptă.

2.3.1 Repere teoretice

Dacă asupra unui punct material acționează o forță de tip elastic:

$$\vec{F} = -k\vec{r} \quad (2.3.1)$$

unde k este constanta elastică iar \vec{r} vectorul de poziție, atunci, aplicând principiul fundamental al dinamicii, se obține ecuația diferențială a mișcării sub forma

$$\ddot{\vec{r}}_{(t)} + \omega^2 \vec{r}_{(t)} = 0 \quad (2.3.2)$$

unde ω este dată de relația:

$$\omega^2 = k / m \quad (2.3.3)$$

Proiectând ecuația vectorială (2.3.1.2) pe axele de coordonate X și Y obținem ecuațiile scalare:

$$\ddot{x}_{(t)} + \omega^2 x_{(t)} = 0 \quad (2.3.4)$$

$$\ddot{y}_{(t)} + \omega^2 y_{(t)} = 0 \quad (2.3.5)$$

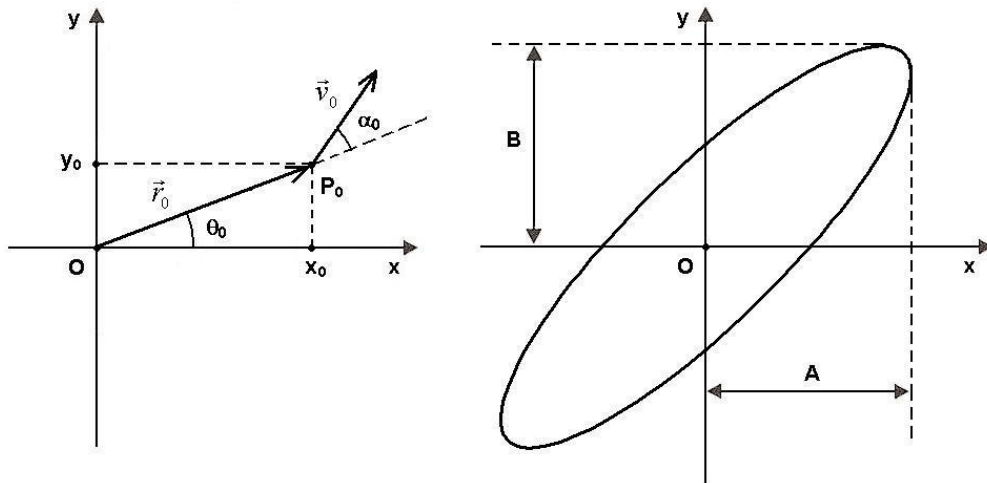


Fig. 2.3.1. Oscilatorul eliptic: a) Specificarea condițiilor inițiale;
b) Traiectoria eliptică a mișcării [34]

Relațiile (2.3.4) – (2.3.5) reprezintă ecuațiile oscilatorului liniar armonic pe cele două axe de coordonate ale sistemului de referință cu soluții generale de forma:

$$x_{(t)} = A_1 \sin \omega t + A_2 \cos \omega t \quad (2.3.6)$$

$$y_{(t)} = B_1 \sin \omega t + B_2 \cos \omega t \quad (2.3.7)$$

unde A_1, A_2, B_1, B_2 sunt constante ce se determină din condițiile inițiale.

Derivând în raport cu timpul ecuațiile (2.3.6) – (2.3.7) obținem ecuațiile vitezelor pe cele două axe de coordonate:

$$\dot{x}_{(t)} = \omega A_1 \cos \omega t - \omega A_2 \sin \omega t \quad (2.3.8)$$

$$\dot{y}_{(t)} = \omega B_1 \cos \omega t - \omega B_2 \sin \omega t \quad (2.3.9)$$

Ținând seama de condițiile inițiale, și anume:

$$x_{(0)} = x_0 \quad y_{(0)} = y_0 \quad \dot{x}_{(0)} = v_{0x} \quad \dot{y}_{(0)} = v_{0y} \quad (2.3.10)$$

obținem valorile constantelor A_1, A_2, B_1, B_2 :

$$A_1 = \frac{v_{0x}}{\omega} \quad A_2 = x_0 \quad B_1 = \frac{v_{0y}}{\omega} \quad B_2 = y_0 \quad (2.3.11)$$

Să presupunem că poziția inițială este dată în coordonate polare, prin modulul razei vectoriale, r_0 , și unghiul polar, θ_0 , iar vectorul viteză inițială prin modulul v_0 și

unghiul α_0 față de direcția razei vectoriale inițiale. În acest caz, după cum se arată în Fig. 4.3.1-a), putem scrie:

$$x_0 = r_0 \cos \theta_0 \qquad y_0 = r_0 \sin \theta_0 \qquad (2.3.12)$$

$$v_{0x} = v_0 \cos(\theta_0 + \alpha_0) \qquad v_{0y} = v_0 \sin(\theta_0 + \alpha_0) \qquad (2.3.13)$$

Relațiile (2.3.6) – (2.3.7) se pot rescrie sub forma:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \alpha) \qquad y(t) = B \sin(\omega t + \beta) \qquad (2.3.14)$$

unde A și B sunt amplitudinile oscilațiilor armonice pe axele X și Y iar α și β fazele inițiale corespunzătoare celor două mișcări oscilatorii armonice.

Avem:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \qquad B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \qquad (2.3.15)$$

$$\alpha = \arcsin \frac{x_0}{A} \qquad \beta = \arcsin \frac{y_0}{B} \qquad (2.3.16)$$

Coordonatele polare ale oscilatorului, r și θ , în funcție de timp sunt:

$$r(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} \qquad \operatorname{tg} \theta(t) = \frac{y(t)}{x(t)} \qquad (2.3.17)$$

Traectoria descrisă de ecuațiile (2.3.14) este o elipsă, în general înclinată față de axele de coordonate, așa cum se arată în Fig. 4.3.1-b). În funcție de datele de intrare elipsa înclinată poate să devină o elipsă dreaptă în raport cu axele de coordonate sau poate să degenereze într-un segment de dreaptă.

2.3.2 Sistematizarea documentelor Mathcad

Fișierul Mathcad pentru studiul oscilatorului eliptic conține trei secțiuni distincte și anume, *Date de Intrare*, *Rezolvare* și *Rezultate*. În fiecare secțiune, pe lângă calculele aferente am inserat zone de text cu explicațiile de rigoare pentru etapele de lucru.

În Fig. 2.3.2 este redată foaia de lucru Mathcad cu secțiunea *Date de intrare* și prima parte din secțiunea *Rezolvare*. Partea a doua din secțiunea *Rezolvare* este redată în Fig. 2.3.3. Calculele sunt efectuate ținând seama că ordinea de executare a operațiilor în Mathcad este de sus în jos și de la stânga la dreapta.

În *Datele de intrare* am introdus pe prima linie constanta elastică a oscilatorului, k, și masa acestuia, M. Pe linia a doua am precizat condițiile inițiale prin modulul vectorului de poziție, notat cu r_0 , unghiul polar dintre vectorul de poziție și axa X, θ_0 ,

modulul vectorului viteză inițială, v_0 , și unghiul dintre vectorul viteză inițială și vectorul de poziție, α_0 . Pe linia a patra am introdus un moment de timp notat cu M_t pentru care calculăm coordonatele, viteza și accelerația oscilatorului.

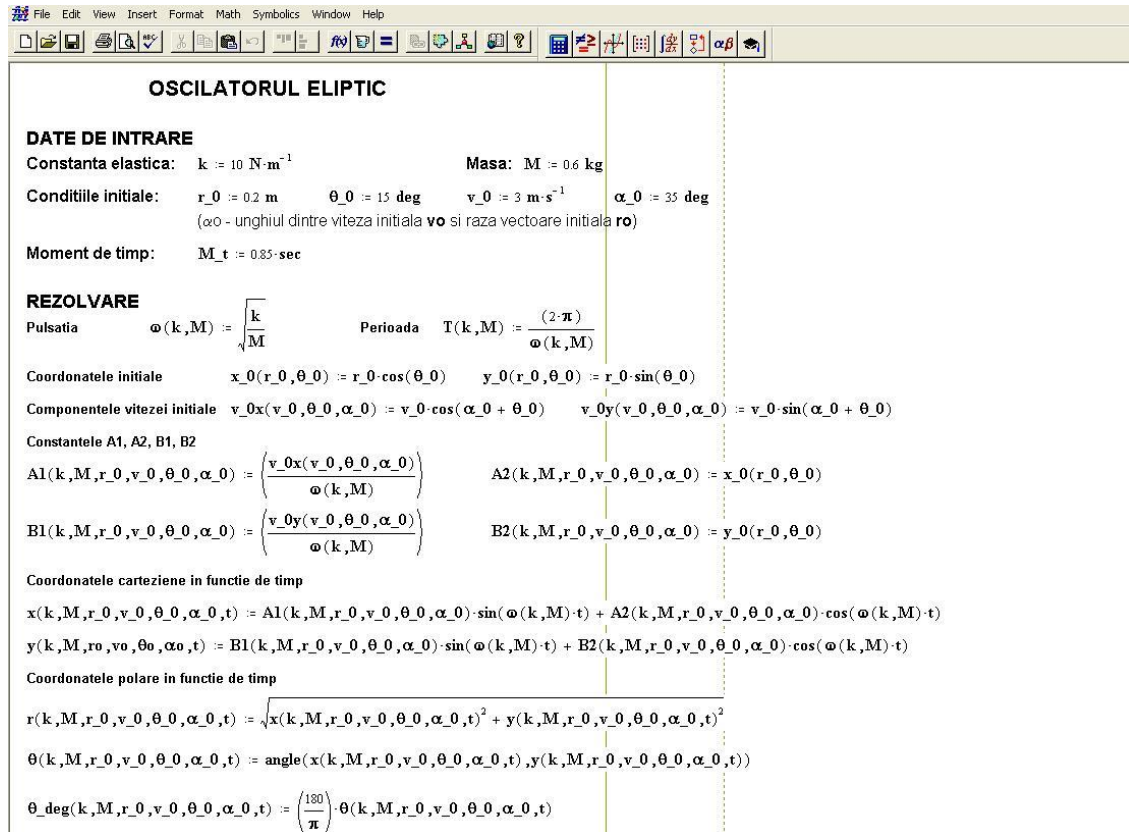


Fig. 2.3.2 Foaia de lucru Mathcad cu secțiunea Date de intrare și prima parte a secțiunii Rezolvare [34]

Pe prima linie a secțiunii Rezolvare am scris formulele Mathcad pentru calculul pulsației oscilatorului, ω , și a perioadei mișcării, T , ținând seama de relația (2.3.3):

$$\omega(k, M) := \sqrt{\frac{k}{M}} \quad T(k, M) := \frac{(2 \cdot \pi)}{\omega(k, M)} \quad (2.3.18)$$

Pe linia a doua am scris formulele Mathcad pentru calculul coordonatelor inițiale x_0 și y_0 în funcție de modulul razei vectoare inițiale și de unghiul polar inițial, conform relațiilor (2.3.12), iar pe linia a treia am scris formulele Mathcad pentru calculul componentelor vitezei inițiale pe cele două axe de coordonate, conform relațiilor (2.3.13).

Următoarea etapă în rezolvare a fost calculul constantelor de integrare ale ecuațiilor oscilatorului armonic pe cele două axe de coordonate, notate cu A1, A2, B1 și B2. Pentru aceasta am transpus în Mathcad relațiile (2.3.11) pe liniile cinci și șase ale foii de lucru:

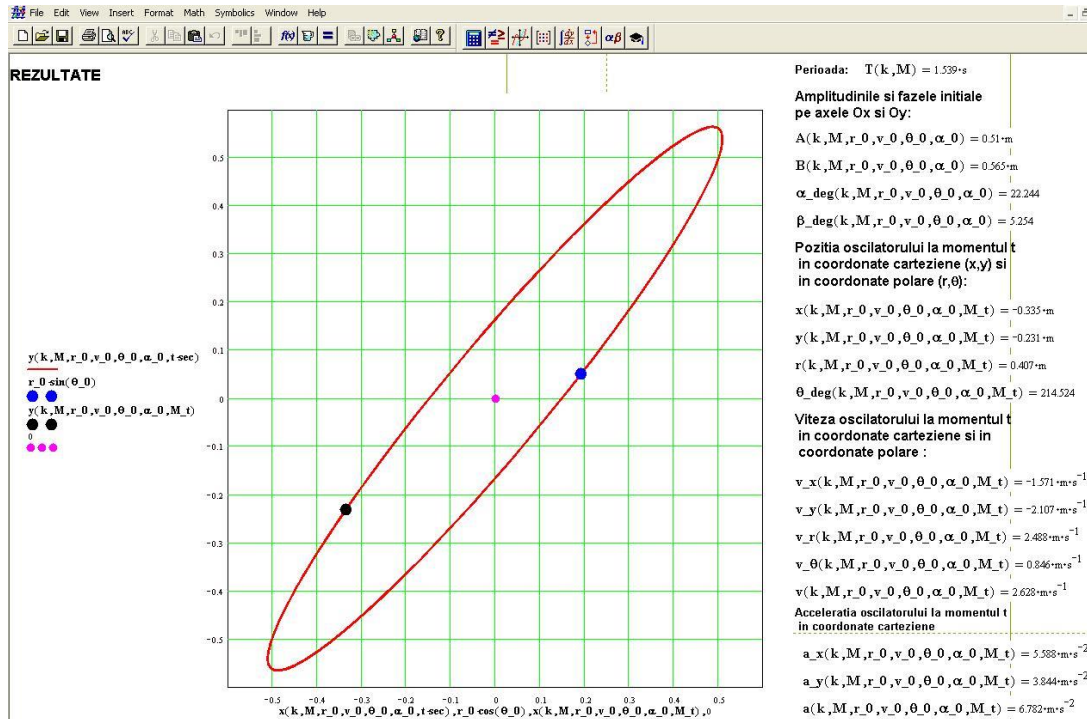


Fig. 2.3.4 Secțiunea Rezultate a instrumentului Mathcad: traiectoria oscilatorului eliptic și rezultatele calculelor numerice [34]

Pe liniile opt și nouă am scris formulele Mathcad pentru calculul coordonatelor carteziene x și y în funcție de timp, conform relațiilor (2.3.6) – (2.3.7), iar pe liniile 11 și 12 am scris formulele Mathcad pentru calculul coordonatelor polare r și θ în funcție de timp.

Pe liniile 15 și 16 am scris formulele Mathcad pentru calculul amplitudinilor A și B pe axele Ox și Oy iar pe liniile 18 și 19 am calculat fazele inițiale ale oscilației armonice pe axele Ox și Oy, în radiani, respectiv în grade sexzecimale, conform relațiilor (2.3.15-2.3.16). În continuare, am scris formulele Mathcad pentru a calcula viteza oscilatorului în funcție de timp t prin derivarea vectorului de poziție în raport cu timpul. Am exprimat mai întâi componentele carteziene și după aceea componentele polare ale vitezei.

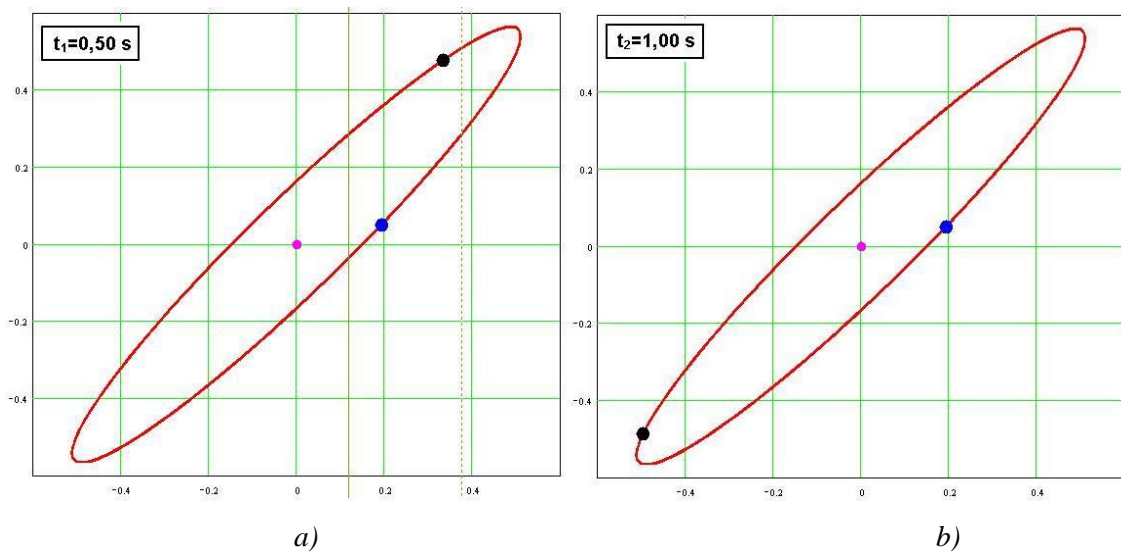


Fig. 2.3.5 Poziția oscilatorului pe traiectoria eliptică la două momente diferite de timp:

a) $t_1=0,50$ s; b) $t_2=1$ s. Condițiile inițiale: $r_0=0,2$ m, $\theta_0=15^\circ$, $v_0=3$ m/s, $\alpha_0=35^\circ$.

Pentru a găsi traiectoria mișcării, am utilizat facilitățile de reprezentare grafică ale programului Mathcad. Astfel, din meniul Insert am apelat comanda Graph și după aceea am ales opțiunea X-Y Plot. Ca rezultat, în punctul în care se află cursorul a fost inserată zona de reprezentare grafică. Pe abscisă am introdus coordonata x în funcție de timp, calculată cu relația (2.3.26), iar pe ordonată am introdus coordonata y în funcție de timp, calculată cu relația (2.3.27).

În Fig. 2.3.4 este prezentată secțiunea *Rezultate* a instrumentului Mathcad. În partea stângă a Fig. 2.3.4 este redată traiectoria mișcării iar în partea dreaptă rezultatele numerice.

Pe traiectoria eliptică am marcat poziția inițială prin punctul colorat cu albastru și poziția la momentul de timp specificat în datele de intrare prin punctul colorat cu negru. Prin modificarea momentului de timp în datele de intrare putem urmări mișcarea punctului material pe traiectoria eliptică. Astfel, în Fig. 2.3.4 este redată poziția punctului material pe traiectorie la momentul $t=0,85$ s ales în datele de intrare. Dacă fixăm momentul de timp egal cu perioada mișcării atunci punctul colorat cu negru se va suprapune peste punctul colorat cu albastru corespunzător poziției inițiale.

Rezultatele numerice cuprind amplitudinile mișcării oscilatorii pe cele două axe de coordonate, fazele inițiale ale mișcării pe axele de coordonate, poziția oscilatorului la momentul de timp fixat în datele de intrare, viteza și accelerația oscilatorului la același

moment de timp. Poziția oscilatorului precum și viteza acestuia au fost calculate atât în coordonate carteziane cât și în coordonate polare. Rezultatele numerice au fost plasate în stânga diagramei traiectoriei pentru a observa legătura dintre valori și reprezentarea grafică.

În Fig. 2.3.5 am redat comparativ poziția oscilatorului pe traiectoria eliptică la două momente diferite de timp, și anume la $t_1=0,50$ s și $t_2=1,00$ s, păstrând aceleași condiții inițiale: $r_0=0,2$ m, $\theta_0=15^\circ$, $v_0=3$ m/s, $\alpha_0=35^\circ$. Astfel, la momentul de timp $t_1=0,50$ s oscilatorul are coordonatele carteziane $x=0,333$ m, $y=0,478$ m, respectiv coordonatele polare $r=0,583$ m, $\theta=55,12^\circ$ iar la momentul $t_2=1,00$ s oscilatorul are coordonatele carteziane $x=-0,495$ m, $y=-0,485$ m, respectiv coordonatele polare $r=0,694$ m, $\theta=224,41^\circ$. Ceilalți parametri, și anume, T , A , B , α , β au aceleași valori deoarece nu am schimbat condițiile inițiale.

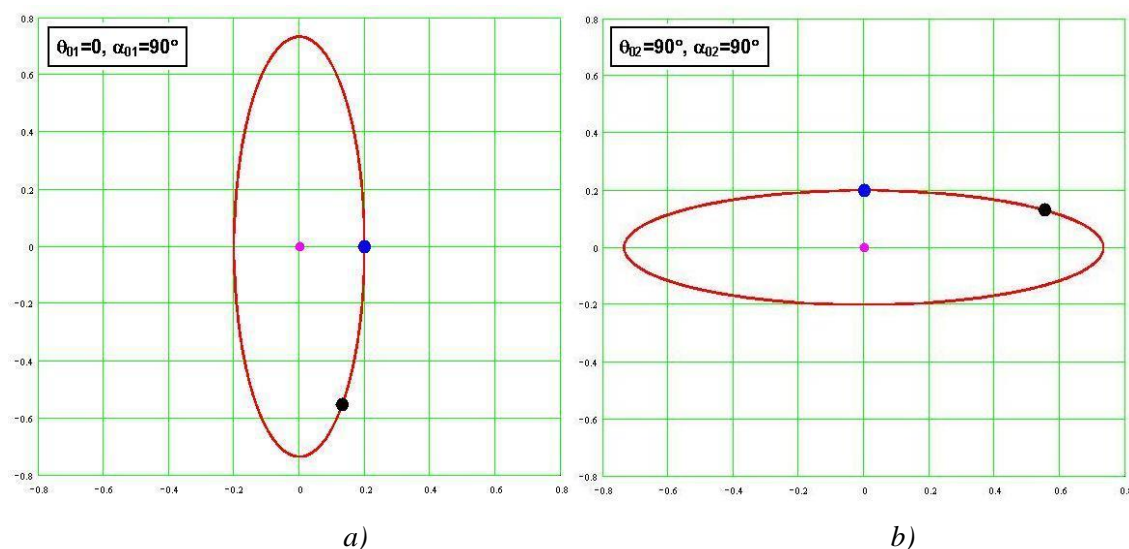


Fig. 2.3.9 Traiectoria oscilatorului pentru $r_0=0,2$ m, $v_0=3$ m/s în situațiile când elipsa este dreaptă în raport cu axele de coordonate: a) $\theta_0=0$, $\alpha_0=90^\circ$; b) $\theta_0=90^\circ$, $\alpha_0=90^\circ$.

În Fig. 2.3.9 este redată comparativ traiectoria oscilatorului pentru $r_0=0,20$ m, $v_0=3$ m/s în cazurile $\theta_{01}=0^\circ$, $\alpha_{01}=90^\circ$, respectiv $\theta_{01}=90^\circ$, $\alpha_{01}=90^\circ$. În primul caz punctul material este lansat de pe axa X de la distanța de 0,20 m de origine cu viteza inițială de 3 m/s paralelă cu axa Y. Amplitudinile și fazele inițiale pe axele X și Y au valorile $A=0,200$ m, $B=0,735$ m, $\alpha=90^\circ$, $\beta=0$. În al doilea caz punctul material este lansat de pe axa Y de la distanța de 0,20 m de origine cu viteza inițială de 3 m/s paralelă cu axa X.

Amplitudinile și fazele inițiale pe axele X și Y au valorile $A=0,735$ m, $B=0,200$ m, $\alpha=0$, $\beta=90^\circ$. După cum se observă în figură, în ambele cazuri traiectoria oscilatorului va fi o elipsă dreaptă în raport cu axele de coordonate. Poziția punctului material pe traiectorie este redată la $t=0,85$ s.

2.4 Instrumente didactice interactive Mathcad pentru calculul forței electromagnetice [35]

În această secțiune sunt descrise două instrumente didactice interactive Mathcad pentru calculul forței magnetice ce acționează asupra unui conductor parcurs de curent electric, plasat într-un câmp magnetic uniform. Primul instrument tratează cazul unui conductor rectiliniu iar al doilea tratează cazul unui conductor de forma unui arc de cerc. Sensul curentului electric din conductoare precum și dimensiunile și orientarea conductoarelor în raport cu câmpul magnetic sunt precizate în datele de intrare utilizând un sistem de referință cartezian.

Cele două instrumente explorează facilitățile de calcul vectorial ale programului Mathcad și în special utilizarea operației de produs vectorial pentru calculul forței electromagnetice. Se verifică ortogonalitatea vectorilor lungime – conductor, inducție magnetică și forță magnetică și se analizează câteva cazuri particulare de orientare a curentului față de câmpul magnetic.

2.4.1 Principii teoretice

Considerând un conductor drept prin care circulă un curent de intensitate I , plasat într-un câmp magnetic uniform, forța magnetică \vec{F} ce acționează asupra conductorului este dată de relația [36]:

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B}) \quad (2.4.1)$$

unde \vec{l} este vectorul lungime conductor iar \vec{B} vectorul inducție magnetică. Vectorul lungime conductor are direcția și sensul curentului din conductor iar modulul egal cu lungimea conductorului în câmp magnetic.

În cazul unui conductor de formă arbitrară, cu secțiune transversală constantă în câmp magnetic, forța magnetică elementară, $d\vec{F}$, ce acționează asupra elementului infinitezimal de conductor dl , este:

$$d\vec{F} = I(d\vec{l} \times \vec{B}) \quad (2.4.2)$$

Vectorul $d\vec{l}$ are direcția și sensul curentului din elementul infinitesimal de conductor și modulul egal cu lungimea elementară dl.

Efectuând integrala curbilinie pe lungimea conductorului în relația (2.4.2), obținem forța magnetică ce acționează asupra întregului conductor curbiliniu:

$$\vec{F} = I \int_C d\vec{l} \times \vec{B} \quad (2.4.3)$$

Pentru un câmp magnetic uniform, vectorul inducție magnetică este constant și atunci relația (2.4.3) devine:

$$\vec{F} = I \left(\int_{P_1}^{P_2} d\vec{l} \right) \times \vec{B} = I\vec{l}' \times \vec{B} \quad (2.4.4)$$

unde P_1 și P_2 reprezintă punctele ce delimitează conductorul plasat în câmp magnetic iar vectorul \vec{l}' unește punctul P_1 cu punctul P_2 .

Se observă asemănarea dintre relațiile (2.4.1) și (2.4.4) cu diferența că vectorul \vec{l} a fost înlocuit cu vectorul \vec{l}' . Ca urmare, într-un câmp magnetic uniform, pentru calculul forței magnetice, putem înlocui conductorul curbiliniu printr-un conductor drept precizat de vectorul \vec{l}' .

Instrumentele didactice pentru calculul forței magnetice sunt alcătuite din două documente Mathcad care sunt prezentate în continuare.

2.4.2 Structurarea documentelor Mathcad

În Fig. 2.4.1 este redată fereastra Mathcad a primului instrument care tratează cazul conductorului rectiliniu. Fereastra Mathcad cuprinde trei secțiuni și anume, *Date de intrare*, *Rezolvare* și *Rezultate*. Configurația conductor – câmp magnetic, raportată la un sistem de referință cartezian, este redată printr-un desen inserat lângă datele de intrare, în partea dreaptă a ferestrei.

Secțiunea *Date de intrare* cuprinde, la rândul ei, trei subsecțiuni. În prima subsecțiune se introduce valoarea intensității curentului electric prin conductor, I. A doua subsecțiune precizează geometria conductorului în raport cu sistemul de referință cartezian. Pentru aceasta am introdus lungimea conductorului, l, unghiul θ dintre conductor și axa Oz și unghiul ϕ dintre proiecția conductorului în planul Oxy și axa Ox. A treia subsecțiune precizează orientarea câmpului magnetic în raport cu sistemul de

referință. Pentru aceasta am introdus modulul vectorului inducție magnetică, B , unghiul dintre vectorul inducție magnetică și axa Oz , θ_B , și unghiul dintre proiecția vectorului inducție magnetică în planul Oxy și axa Ox , ϕ_B . Fiecare valoare introdusă în datele de intrare este însoțită de unitatea de măsură corespunzătoare în SI.

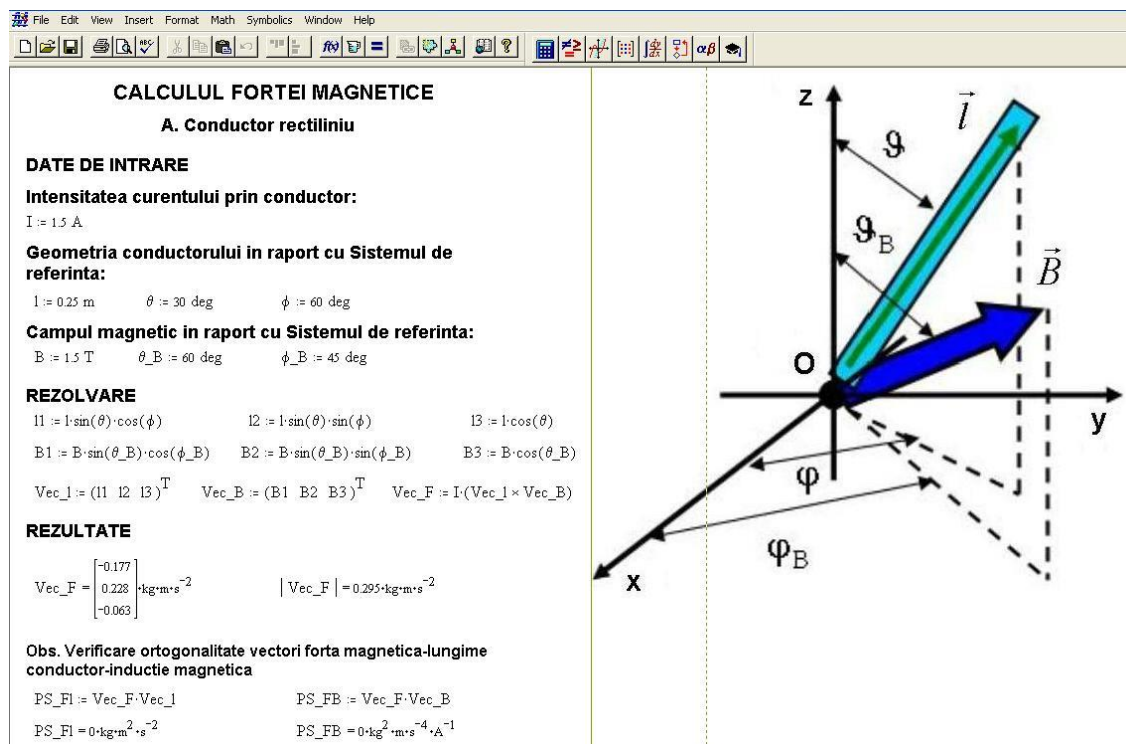


Fig. 2.4.1. Fereastra Mathcad a instrumentului pentru calculul forței magnetice ce acționează asupra unui conductor drept [35]

În secțiunea *Rezolvare*, pe primele două rânduri, am scris relațiile de calcul pentru componentele vectorului lungime conductor, $l1$, $l2$, $l3$ și pentru componentele vectorului inducție magnetică, $B1$, $B2$, $B3$, pe axele sistemului de referință cartezian:

$$l1 := l \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\phi) \quad l2 := l \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) \quad l3 := l \cdot \cos(\theta) \quad (2.4.5)$$

$$B1 := B \cdot \sin(\theta_B) \cdot \cos(\phi_B) \quad B2 := B \cdot \sin(\theta_B) \cdot \sin(\phi_B) \quad (2.4.6)$$

$$B3 := B \cdot \cos(\theta_B) \quad (2.4.7)$$

Pe rândul al treilea am scris relațiile de calcul pentru vectorii lungime-conductor, notat cu Vec_l , inducție magnetică, notat cu Vec_B , și forță magnetică, notat cu Vec_F .

Vectorii lungime – conductor și inducție magnetică au fost reprezentați, cu ajutorul componentelor lor, prin două matrici 1×3 transpuse. Pentru vectorul forță, am transcris în fereastra Mathcad relația (2.4.1), ținând seama de notațiile anterioare:

$$\text{Vec}_l := (l_1 \ l_2 \ l_3)^T \quad \text{Vec}_B := (B_1 \ B_2 \ B_3)^T \quad (2.4.8)$$

$$\text{Vec}_F := I \cdot (\text{Vec}_l \times \text{Vec}_B) \quad (2.4.9)$$

CALCULUL FORTEI MAGNETICE
B. Conductor arc de cerc

DATE DE INTRARE
Intensitatea curentului prin conductor:
 $I := 1.5 \text{ A}$

Geometria conductorului in raport cu Sistemul de referinta:
 $R := 0.25 \text{ m}$ $\phi_1 := 0 \text{ deg}$ $\phi_2 := 90 \text{ deg}$

Campul magnetic in raport cu Sistemul de referinta:
 $B := 1.5 \text{ T}$ $\theta_B := 60 \text{ deg}$ $\phi_B := 45 \text{ deg}$

REZOLVARE
 $x(R, \phi) := R \cdot \cos(\phi)$ $y(R, \phi) := R \cdot \sin(\phi)$
 $x_\phi(R, \phi) := \frac{d}{d\phi} x(R, \phi)$ $y_\phi(R, \phi) := \frac{d}{d\phi} y(R, \phi)$
 $B_1 := B \cdot \sin(\theta_B) \cdot \cos(\phi_B)$ $B_2 := B \cdot \sin(\theta_B) \cdot \sin(\phi_B)$ $B_3 := B \cdot \cos(\theta_B)$
 $\text{Vec}_B := (B_1 \ B_2 \ B_3)^T$
 $\text{Vec}_F := I \cdot \left[\int_{\phi_1}^{\phi_2} \begin{bmatrix} x_\phi(R, \phi) d\phi & y_\phi(R, \phi) d\phi & 0 \end{bmatrix}^T \times \text{Vec}_B \right]$

REZULTATE
 $\text{Vec}_F = \begin{bmatrix} 0.281 \\ 0.281 \\ -0.689 \end{bmatrix} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ $|\text{Vec}_F| = 0.795 \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

REZOLVARE ALTERNATIVA
 $\text{Vec}_{r1} := (R \cdot \cos(\phi_1) \ R \cdot \sin(\phi_1) \ 0)^T$ $\text{Vec}_{r2} := (R \cdot \cos(\phi_2) \ R \cdot \sin(\phi_2) \ 0)^T$ $\text{Vec}_{lp} := \text{Vec}_{r2} - \text{Vec}_{r1}$
 $\text{Vec}_{FP} := I \cdot \text{Vec}_{lp} \times \text{Vec}_B$
 $\text{Vec}_{FP} = \begin{bmatrix} 0.281 \\ 0.281 \\ -0.689 \end{bmatrix} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ $|\text{Vec}_{FP}| = 0.795 \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

The diagram on the right shows a 3D coordinate system with x, y, and z axes. A green arc of radius R is in the xy-plane, starting at angle φ₁ and ending at φ₂. A magnetic field vector B is shown in the yz-plane, making an angle θ_B with the z-axis and φ_B with the y-axis. A differential element dl is shown on the arc, with position vectors r₁ and r₂ from the origin O to its ends. Points P₁ and P₂ are marked on the arc.

Fig. 2.4.4. Fereastra Mathcad a instrumentului pentru calculul forței magnetice ce acționează asupra unui conductor de forma unui arc de cerc [35]

Secțiunea *Rezultate* cuprinde evaluarea numerică a relațiilor de calcul din secțiunea *Rezolvare* cu valorile din datele de intrare. Astfel, în această secțiune, sunt afișate vectorul forță magnetică ca o matrice coloană 1x3 și modulul forței magnetice. Se observă afișarea unităților de măsură în SI după valorile din rezultatele finale.

Ca o completare, după secțiunea *Rezultate*, am verificat ortogonalitatea vectorilor forță magnetică, lungime-conductor și inducție magnetică. Pentru aceasta am scris relațiile de calcul pentru produsul scalar dintre vectorul forță și vectorul lungime-conductor. Pe rândul următor se calculează cele două produse scalare cu valorile componentelor vectorilor din datele de intrare și se observă că acestea sunt nule. Ca

urmare, se verifică că vectorii forță, inducție magnetică și lungime-conductor sunt perpendiculari între ei.

În Fig. 2.4.4 este redată fereastra Mathcad a celui de-al doilea instrument care tratează cazul conductorului curbiliniu de forma unui arc de cerc. Fereastra Mathcad a acestui instrument a fost organizată în mod analog cu fereastra Mathcad a primului instrument cuprinzând aceleași secțiuni și subsecțiuni. În plus, față de primul instrument, după secțiunea *Rezultate* este prezentată o rezolvare alternativă la calculul forței magnetice. Ca și la primul instrument, configurația conductor-câmp magnetic este redată printr-un desen inserat lângă datele de intrare în partea dreaptă a ferestrei. Am considerat conductorul ca fiind un sfert de cerc plasat în planul Oxy al sistemului de referință.

În datele de intrare, după ce am introdus intensitatea curentului prin conductor, am precizat geometria conductorului în raport cu sistemul de referință cartezian prin raza cercului, R , și unghiurile polare ϕ_1 și ϕ_2 care delimitează arcul de cerc în planul Oxy. În același mod ca la primul instrument am precizat mărimea și orientarea câmpului magnetic față de sistemul de referință.

Pentru calculul forței magnetice cu ajutorul relației (2.4.3), în cazul unui conductor curbiliniu, exprimăm mai întâi coordonatele carteziene x , y ale elementului infinitezimal de conductor, dl , în funcție de raza R și unghiul polar ϕ :

$$x = R \cos \varphi \qquad y = R \sin \varphi \qquad (2.4.11)$$

Ținând seama că R rămâne constant și variază doar unghiul ϕ , putem scrie:

$$d\vec{l} = dx \cdot \vec{i} + dy \cdot \vec{j} = \frac{dx(R, \varphi)}{d\varphi} d\varphi \cdot \vec{i} + \frac{dy(R, \varphi)}{d\varphi} d\varphi \cdot \vec{j} \qquad (2.4.12)$$

unde dx și dy reprezintă elementele infinitezimale de lungime a conductorului pe axele Ox și Oy ale sistemului de referință iar \vec{i} și \vec{j} versorii celor două axe.

Ca urmare, integrala curbilinie din relația (2.4.3) se va reduce la o integrală definită pe domeniul de variație a unghiului polar ϕ între limitele de integrare ϕ_1 și ϕ_2 care delimitează arcul de cerc:

$$\vec{F} = I \left(\int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{dx(R, \varphi)}{d\varphi} d\varphi \cdot \vec{i} + \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{dy(R, \varphi)}{d\varphi} d\varphi \cdot \vec{j} \right) \times \vec{B} \qquad (2.4.13)$$

În secțiunea *Rezultate* este afișat vectorul forță și modulul acestuia.

În secțiunea *Rezolvare* alternativă a fost explorată relația (2.4.4) pentru calculul forței magnetice. Astfel, după ce am scris vectorii de poziție \vec{r}_1 și \vec{r}_2 ai punctelor P_1 și P_2 , care delimitează conductorul, am calculat vectorul diferență \vec{l}' dintre \vec{r}_2 și \vec{r}_1 și după aceea am transpus în Mathcad relația (2.4.4). Se observă că am obținut aceleași rezultate.

2.5 Bibliografie capitolul II

1. Butikov, E.I., The envelope of ballistic trajectories and elliptic orbits, *American Journal of Physics*, 83(11), 952 – 958, 2015.
2. Hsiang, W.Y., Chang, H.C., Yao, H., Chen, P.J., An alternative way to achieve Kepler's laws of equal areas and ellipses for the Earth, *European Journal of Physics*, 32(5), 1405 – 1412, 2011.
3. Simha, A., An algebra and trigonometry-based proof of Kepler's first law, *American Journal of Physics*, 89(11), 1009 – 1011, 2021.
4. Zürcher, U., Kaufman, M., Radial motion in a central potential for singular mass densities, *American Journal of Physics*, 79(5), 521 – 526, 2011.
5. Carrara, V., An Open Source Satellite Attitude and Orbit Simulator Toolbox for Matlab, *Proceedings of the XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics*, 2015.
6. Ivanov, D.S., Ovchinnikov, M. Yu., Roldugin, D.S., Tkachev, S.S., Trofimov, S.P., Shestokov, S.A., Shirobokov, M.G., Software Package for Simulating the Angular and Orbital Motion of a Satellite, *Mathematical Models and Computer Simulations*, 12(4), 561 – 568, 2020.
7. Doll, R., Ingold, G.L., Lissajous curves and semiclassical theory: The two-dimensional harmonic oscillator, *American Journal of Physics*, 75(3), 208 – 215, 2007.
8. Deakin, M.A.B., The ellipsing pendulum, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(5), 745 – 752, 2013.
9. Amer, T.S., Bek, M.A., Hamada, I.S., On the motion of harmonically excited spring pendulum in elliptic path near resonances, *Advances in Mathematical Physics*, 2016, 8734360, 2016.

10. DeLyser, R.R, Using Mathcad in electromagnetics education, *IEEE Transactions On Education*, 39(2), 198 – 210, 1996.
11. Mukhopadhyay, S.C., Teaching electromagnetics at the undergraduate level: a comprehensive approach, *European Journal of Physics*, 27(4), 727 – 742, 2006.
12. Espinosa, H.G., Thiel, D.V., MATLAB-Based interactive tool for teaching electromagnetics, *IEEE Antennas & Propagation Magazine*, 49(5), 140 – 146, 2017.
13. **Radu, A.**, Grigore, I, Barna, V., Mathcad interactive didactic tool for studying the trajectory of a satellite around the Earth, In *Proceedings of the 15th International Conference on Virtual Learning*, 467 – 474, 2020.
14. Aaron, F.D., *Mecanică Analitică*, Editura All Universitar, București, România, 2002.
15. **Radu, A.**, Grigore, I, Barna, V. Mathcad didactic tool for studying the elliptical oscillator, In *Proceedings of the 16th International Scientific Conference eLearning and Software for Education*, 154 – 161, 2020.
16. **Radu, A.**, Grigore, I., Miron, C., Mathcad interactive didactic tools for calculating the magnetic force, In *Proceedings of the 14th International Conference on Virtual Learning*, 491 – 497, 2019.
17. Serway, R.A., Jewett, J.W. Jr., *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*, 9th Edition, Physical Sciences: Mary Finch, Boston, USA, 2013.

CAPITOLUL III

Studiul fenomenelor periodice cu programul Excel

3.1 Abordări conceptuale

Fenomenele periodice au o importanță deosebită pentru știință și tehnică și de aceea, o serie de articole din literatură abordează studiul acestor fenomene atât din punct de vedere teoretic cât și experimental.

Mișcarea circulară constituie cel mai simplu exemplu de fenomen periodic și reprezintă un capitol de bază în cadrul cursurilor introductive de Fizică. Interviuurile individuale folosind sarcini bazate pe demonstrații și teste scrise sugerează că studenții întâmpină dificultăți comune atunci când studiază mișcarea de rotație în cadrul cursurilor introductive de fizică. Indiferent de nivelul lor de pregătire, studenții întâmpină dificultăți cu concepte fundamentale precum cuplul de forțe, momentul de inerție, energia de rotație etc. Ca urmare, strategiile de instruire care urmăresc îmbunătățirea înțelegerii de către elevi a conceptelor mișcării de rotație ar trebui să țină seama de aceste dificultăți [1].

Pentru simularea mișcării circulare a fost dezvoltat un program de calculator care poate reda o particulă în mișcare circulară cu poziția, viteza și accelerația sa. Rezultatele au arătat că simulările pe calculator i-au ajutat pe elevi să înțeleagă mai clar aspectele legate de mișcarea circulară [7]. S-a demonstrat cum poate fi predată noțiunea de viteză unghiulară, ca mărime vectorială, folosind mișcarea observabilă a unui șurub montat pe o mașină de jucărie acționată de la distanță. Configurația experimentală prezentată poate oferi elevilor o metodă practică și mai ușor de înțeles pentru a observa direcția vectorului viteză unghiulară [8].

Un subiect abordat frecvent în literatura de specialitate din domeniul fizicii educaționale este compunerea oscilațiilor armonice [19-29]. Din analiza efectuată în acest scop putem spune că s-au conturat două direcții de abordare a acestui subiect. Pe de-o parte, au fost concepute configurații experimentale pentru punerea în evidență a figurilor Lissajous, pe de altă parte, s-au elaborat diverse instrumente didactice cu programe de calculator, cum ar fi Mathematica, GeoGebra, Scilab, Excel etc., pentru

simularea compunerii oscilațiilor armonice. În continuare, vom prezenta pe rând rezultatele obținute de diverși autori urmând cele două direcții de abordare.

Pentru desenarea figurilor Lissajous au fost prezentate diverse aparate construite de-a lungul timpului cu mențiunea că unele dintre acestea pot fi reproduse destul de ușor astăzi [19]. A fost prezentată o versiune modernă a unui dispozitiv optic cu două oglinzi pentru producerea figurilor Lissajous [20]. S-a arătat cum se pot obține figurile Lissajous în două și trei dimensiuni folosind software-ul Mathematica. Sunt prezentate câteva figuri iar cititorul poate modifica codul în program pentru a obține orice altă figură. De asemenea, se arată cum pot fi manipulați toți parametrii doriți care influențează formarea diferitelor figuri Lissajous [26].

Studiul figurilor Lissajous poate fi efectuat cu ajutorul instrumentelor din secțiunea de suprapunere a undelor din pachetul software de calcul open-source Scilab. Utilizarea programului Scilab, cu facilitățile de trasare 2D și 3D, conduce la o mai bună înțelegere a problemelor clasice de mecanică prin vizualizarea graficelor [27]. S-au obținut rapoartele de frecvență pentru scara diatonică corectă prin identificarea intervalelor muzicale corespunzătoare la figurile Lissajous. Demonstrația integrează aplicațiile practice ale curbelor Lissajous incluzând recunoașterea intervalelor muzicale prin simpla antrenare a urechii. Pentru această activitate la clasă s-a arătat cum poate fi utilizată aplicația HTML5 care poate fi rulată online sau descărcată pe desktop [28].

Un program eficient pentru a procesa și afișa cu ușurință date sub formă numerică și grafică simultan este programul de calcul tabelar Excel. S-a arătat astfel, cum pot fi utilizate foile de calcul pentru predarea și învățarea interactivă a oscilațiilor armonice amortizate când forța de frecare este liniară în viteză. Explorând facilitățile grafice ale foii de calcul s-a demonstrat cum poate fi simulată mișcarea oscilatorului atât în „groapa de potențial” cât și în spațiul fazelor [30]. De asemenea, a fost prezentat un instrument didactic cu foi de calcul pentru studiul pendulului gravitațional în regim de oscilație [31]. Avantajele utilizării foii de calcul ca instrument de simulare în Fizică au fost prezentate și discutate și s-au dat ca exemple mișcarea proiectilului și mișcarea oscilatorie armonică cu vizualizarea curbelor Lissajous în funcție de raportul de frecvențe [32]. Cu ajutorul foii de calcul s-a arătat că forma curbei Lissajous este puternic influențată de mărimea numărului de undă [33].

3.2 Instrumente didactice Excel pentru studiul mișcării circulare [34]

Am elaborat două instrumente didactice interactive realizate cu foi de calcul Excel pentru studiul mișcării circulare. Cu ajutorul primului instrument putem studia mișcarea circulară uniformă iar cu cel de-al doilea mișcarea circulară uniform variată. Se arată cum se obține instrumentul pentru studiul mișcării circulare uniform variate prin completarea și adaptarea foilor de calcul ale instrumentului pentru studiul mișcării circulare uniforme. Instrumentele pot fi adaptate pentru rezolvarea numeric interactivă a unor probleme clasice de mișcare circulară. Se arată astfel cum poate fi rezolvată problema întâlnirii a două mobile care se mișcă cu viteze constante diferite pe un cerc de rază dată.

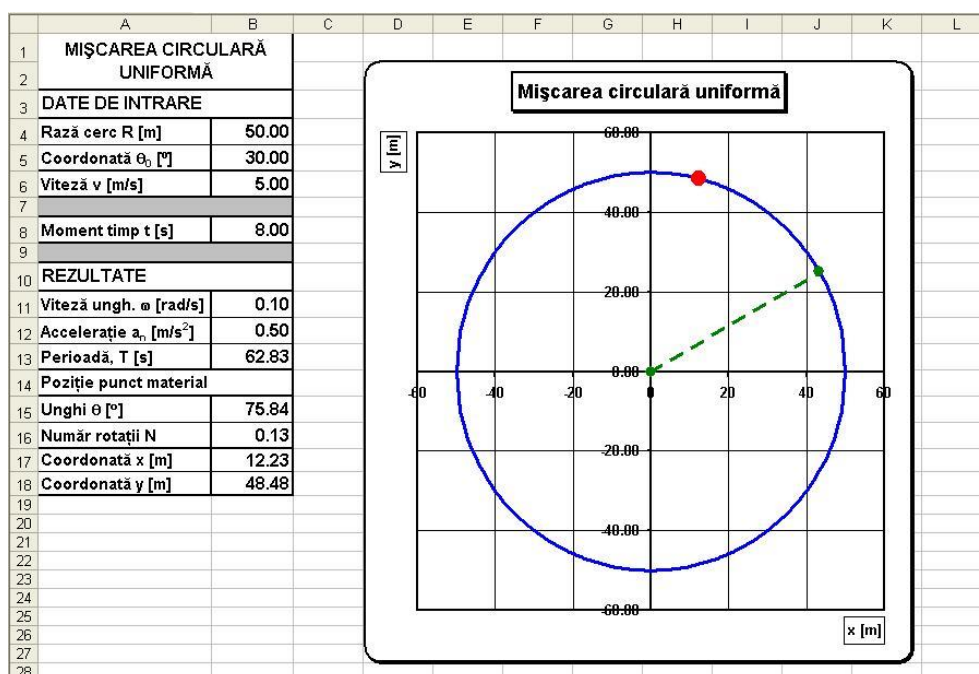


Fig. 3.2.1 Foaia principală de calcul a instrumentului pentru studiul mișcării circulare uniforme [34]

Fiecare instrument are o foaie principală de calcul cu datele de intrare și rezultatele obținute și o foaie secundară cu tabelul sursă pentru diagramele din foaia principală. Pentru un moment de timp introdus în datele de intrare se calculează o serie de mărimi specifice mișcării circulare, coordonata unghiulară a punctului material în mișcarea circulară și numărul de rotații efectuate până la momentul respectiv de timp. De asemenea, se calculează coordonatele carteziene în raport cu sistemul de referință a

căruia origine coincide cu centrul traiectoriei circulare. Lângă datele de intrare este redată diagrama de mișcare astfel încât prin modificarea momentului de timp să putem vizualiza mișcarea punctului material pe cerc.

În Fig. 3.2.1 este prezentată foaia principală de calcul a instrumentului pentru studiul mișcării circulare uniforme. Pentru a verifica ușor formulele Excel în foaia de calcul și a corecta rapid erorile în procesul de elaborare a instrumentului am utilizat denumiri de celule.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	TABELUL SURSĂ PENTRU GRAFIC									
2										
3	Nr	x [m]	y₁ [m]	y₂ [m]	y(t) [m]	y₀ [m]				
4	0	-50	0.00	0.00						
5	1	-49	-9.95	9.95						
6	2	-48	-14.00	14.00						
7	3	-47	-17.06	17.06						
8	4	-46	-19.60	19.60						
9	5	-45	-21.79	21.79						
10	6	-44	-23.75	23.75						
100	96	46	-19.60	19.60						
101	97	47	-17.06	17.06						
102	98	48	-14.00	14.00						
103	99	49	-9.95	9.95						
104	100	50	0.00	0.00						
105		12.23			48.48					
106		0.00				0.00				
107		43.30				25.00				
108										

Fig. 3.2.2 Tabelul sursă pentru diagrama mișcării circulare uniforme [34]

În secțiunea *Date de intrare* se introduc valorile pentru următoarele mărimi: raza cercului, R, în celula B4, denumită Raza; coordonata inițială unghiulară, θ_0 , în celula B5, denumită *Unghi_TO*; viteza liniară a mobilului, v, în celula B6, denumită *Viteza*. În celula B8 se introduce momentul de timp t pentru care calculăm și reprezentăm grafic poziția mobilului pe traiectoria circulară. Celula B8 a fost denumită *Timp*.

În secțiunea *Rezultate* s-au calculat următoarele mărimi fizice: viteza unghiulară, ω , în celula B11, denumită *Viteza_U*; accelerația normală, a_n , în celula B12; perioada mișcării, T, în celula B13.

Poziția punctului material pe traiectoria circulară, la momentul de timp t, este calculată prin unghiul θ , în celula B15, denumită *Unghi_T*. Ținând seama de legea mișcării circulare uniforme avem:

$$\theta_{(t)} = \theta_0 + \omega t \quad (3.2.2)$$

Unghiul θ este măsurat în sens trigonometric față de axa Ox iar la momentul $t=0$ am considerat $\theta=0$.

Diagrama mișcării circulare a fost plasată lângă datele de intrare pentru a urmări mișcarea mobilului pe cerc. Această diagramă cuprinde trei elemente grafice: cercul pe care se mișcă mobilul, trasat cu linie continuă albastră, raza vectorie inițială, trasată cu linie întreruptă verde și poziția mobilului pe cerc, marcată printr-un punct roșu îngroșat. Modificând momentul de timp t în datele de intrare putem simula mișcarea mobilului pe cerc. Astfel, în Fig. 3.2.1 este redată poziția mobilului pe cerc la momentul $t=8$ s.

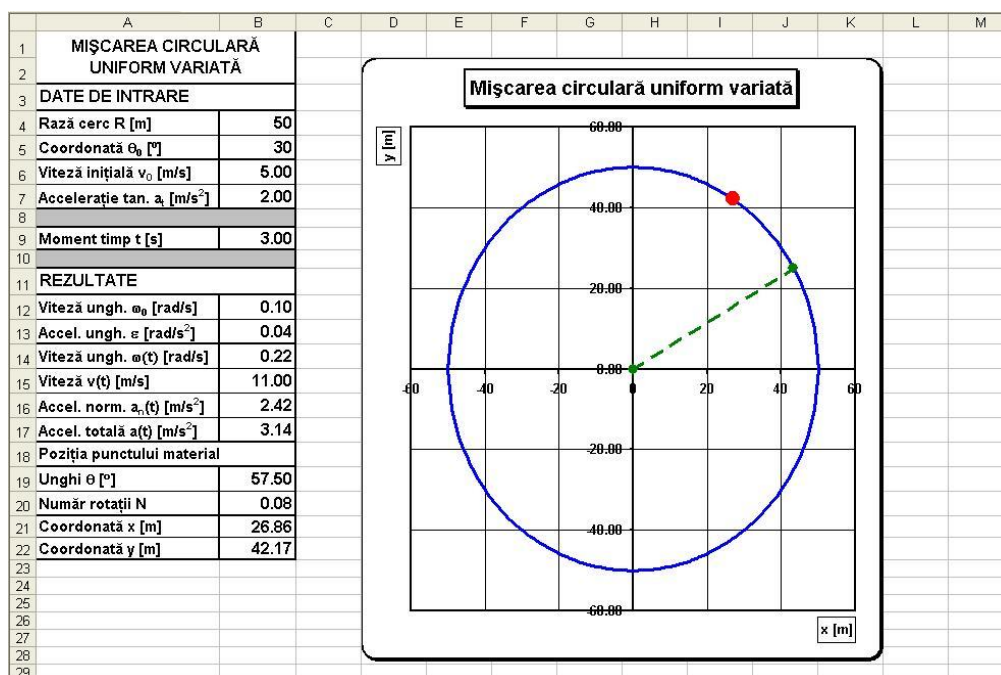


Fig. 3.2.5. Foaia principală de calcul a instrumentului pentru studiul mișcării circulare uniform variate [34]

Tabelul sursă al diagramei mișcării circulare a fost construit într-o foaie de calcul secundară și este redat parțial în Fig. 3.2.2 cu primele 7 linii și ultimele 8 linii. Tabelul este alcătuit din două domenii distincte, și anume, un domeniu pentru trasarea traiectoriei circulare și un domeniu pentru trasarea poziției mobilului la momentul t și a razei vectorie inițiale.

Pentru trasarea traiectoriei circulare am explorat ecuația cercului de rază R în coordonate carteziane cu centrul în originea sistemului de referință:

$$x^2 + y^2 = R^2 \tag{3.2.5}$$

Domeniul pentru trasarea cercului de rază R cuprinde coloanele A, B, C, D și un număr de 100 de linii, de la linia 4 la linia 104. În coloana B am generat valorile coordonatei x în intervalul [-R,R] cu pasul de o sutime din diametrul cercului de rază R prin relația de recurență:

$$x_n = -R + n \frac{2R}{100} \quad n = 0,1,2,\dots,100 \quad (3.2.6)$$

Domeniul pentru trasarea poziției mobilului la momentul t și a razei vectoriale inițiale cuprinde coloana B completată cu liniile 105-107 plus coloanele E și F cu valori în celulele E105, respectiv F106, F107. Pentru trasarea poziției mobilului la momentul t am utilizat seria de date din celulele B105 și E105. În aceste celule au fost inserate formulele de calcul ale coordonatelor x și y din celulele B17 și B18 ale foii principale de calcul cu ajutorul comenzilor Copy-Paste.

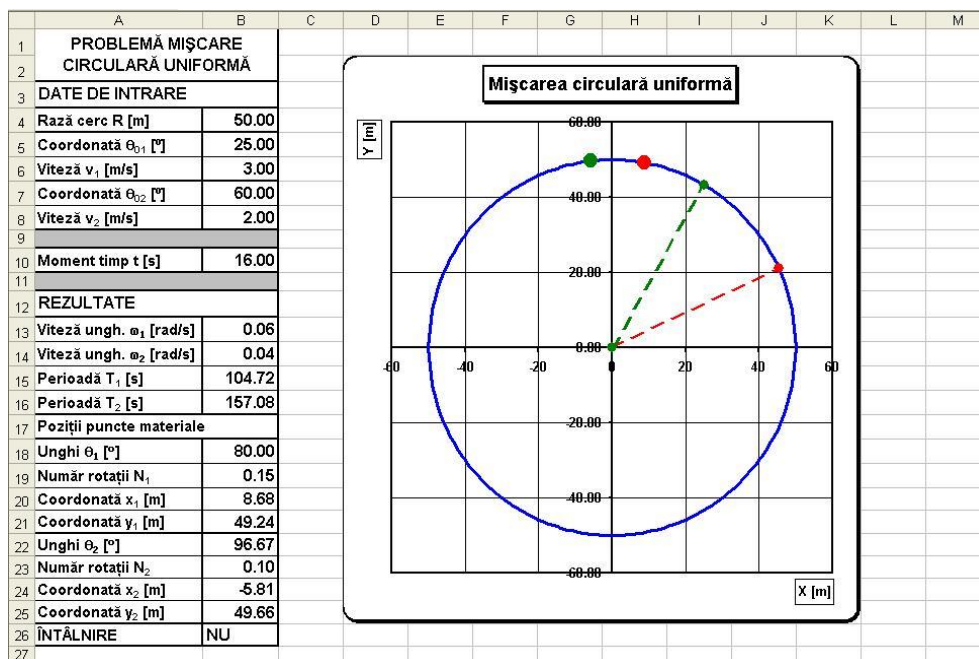


Fig. 3.2.6. Foia principală de calcul modificată a primului instrument pentru rezolvarea problemei întâlnirii a două mobile care se mișcă cu viteze diferite pe un cerc de rază dată [34]

Prin selecția datelor din coloanele B, C, D, E, F și apelarea opțiunii „Expert diagrama” din foia de calcul se construiește diagrama mișcării circulare cu elementele grafice corespunzătoare.

În Fig. 3.2.5 este redată foia principală de calcul a instrumentului pentru studiul mișcării circulare uniforme variate. Am făcut practic o copie a instrumentului pentru

studiul mișcării circulare uniforme și, după aceea, am adaptat în mod corespunzător foile de calcul ținând seama de ecuațiile care descriu mișcarea circulară uniform variată.

În secțiunea *Date de intrare*, comparativ cu secțiunea similară a instrumentului anterior, pe lângă raza cercului și coordonata unghiulară inițială, am introdus viteza inițială v_0 , în celula B6 și accelerația tangențială a_t , în celula B7. Celulele B6 și B7 au fost denumite *Viteza_O*, respectiv *Acceleratie_TG*. În celula B9, denumită *Timp*, se introduce un moment de timp pentru care se calculează, în secțiunea *Rezultate*, diverse mărimi specifice mișcării circulare uniform variate și se vizualizează mișcarea mobilului pe cerc.

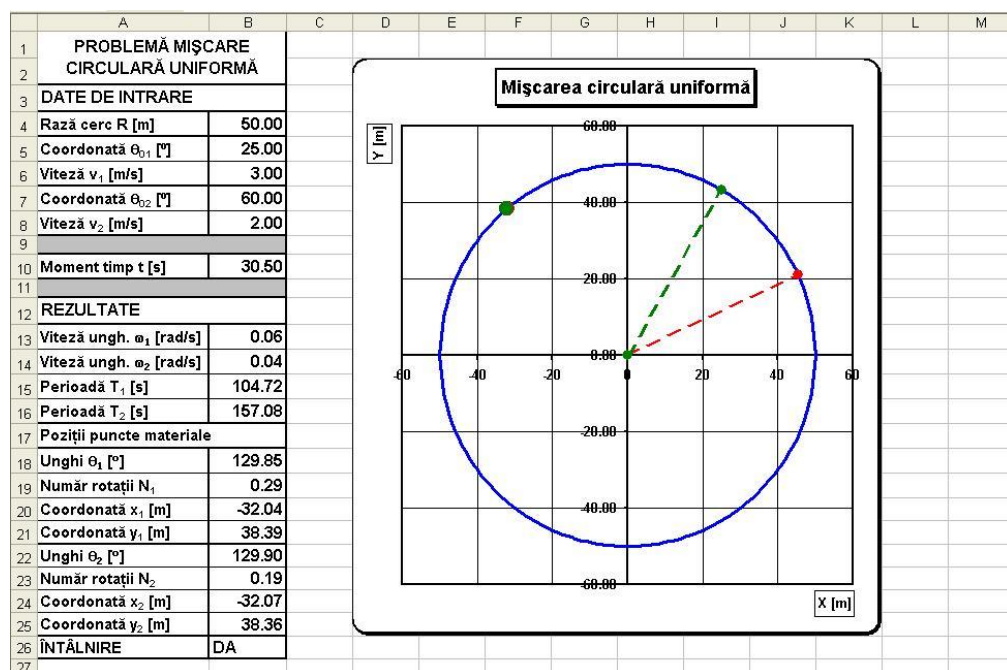


Fig. 3.2.8. Foaia principală de calcul pentru rezolvarea problemei de mișcare circulară în cazul când mobilele se întâlnesc prima oară [34]

Secțiunea *Rezultate* este delimitată de celulele A11:B22 și cuprinde trei domenii.

În primul domeniu s-au calculat: viteza unghiulară inițială ω_0 , în celula B12, denumită *Viteza_UO*; accelerația unghiulară ε , în celula B13, denumită *Acceleratie_U*. În al doilea domeniu s-au calculat, la momentul de timp t, următoarele mărimi: viteza unghiulară $\omega(t)$, în celula B14, denumită *Viteza_U*; viteza liniară $v(t)$, în celula B15; accelerația normală $a_n(t)$, în celula B16, denumită *Acceleratie_N*; accelerația totală $a(t)$, în celula B17. În al treilea domeniu, ca și la instrumentul precedent, s-au calculat, la

momentul de timp t , coordonata unghiulară θ , în celula B19, numărul de rotații efectuate N , în celula B20, și coordonatele carteziene $x(t)$, $y(t)$, în celulele B21, B22.

Diagrama mișcării circulare uniform variate a fost plasată lângă datele de intrare și a fost realizată în mod analog cu diagrama mișcării circulare uniforme de la instrumentul precedent. Astfel, tabelul sursă al diagramei a fost construit într-o foaie de calcul secundară în același mod cu tabelul sursă al diagramei de la mișcarea circulară uniformă adaptând relațiile de calcul în noua situație.

În Fig. 3.2.6 este redată foaia principală de calcul modificată a primului instrument pentru a rezolva o problemă clasică de mișcare circulară uniformă. Se arată cum poate fi rezolvată, prin facilitățile foii de calcul, problema întâlnirii a două mobile care se mișcă cu viteze diferite pe un cerc de rază dată. Astfel, dându-se coordonatele inițiale și vitezele celor două mobile se poate determina momentul întâlnirii împreună cu coordonata unghiulară comună corespunzătoare. Deoarece mobilele se mișcă pe un cerc pot fi determinate întâlnirile succesive prin modificarea în continuare a momentului de timp introdus în datele de intrare. Problema poate fi rezolvată atât în cazul când mobilele se mișcă în același sens cât și în cazul când mobilele se mișcă în sensuri opuse, unul către celălalt. Astfel, pentru mobilul care se mișcă în sens trigonometric se fixează o viteză pozitivă în datele de intrare iar pentru mobilul care se mișcă în sens opus sensului trigonometric se fixează o viteză negativă.

Comparativ cu foaia de calcul a primului instrument, în *Datele de intrare*, pe lângă raza cercului R , am introdus coordonatele unghiulare inițiale ale mobilelor, θ_{01} , θ_{02} , și vitezele acestora, v_1 , v_2 . Cordonatele inițiale θ_{01} și θ_{02} au fost introduse în celulele B5, B7, denumite *Unghi_TO1* respectiv *Unghi_TO2* iar vitezele v_1 , v_2 în celulele B6, B8, denumite *Viteza_1*, respectiv *Viteza_2*.

În secțiunea *Rezultate* se calculează vitezele unghiulare ω_1 , ω_2 în celulele B13, B14 denumite *Viteza_U1*, *Viteza_U2* și perioadele T_1 , T_2 în celulele B15, B16. La momentul de timp t , fixat în *Datele de intrare*, se calculează pozițiile celor două mobile și numărul de rotații efectuate de fiecare mobil până la momentul respectiv de timp. Pozițiile mobilelor sunt precizate atât prin coordonatele unghiulare θ_1 , θ_2 , în celulele B18, B22 cât și prin coordonatele carteziene x_1 , y_1 respectiv x_2 , y_2 , în celulele B20, B21 și B24, B25. Celulele B18, B22 au fost denumite *Unghi_T1*, *Unghi_T2*, iar celulele

B20, B21 respectiv B24, B25 au fost denumite *Coord_X1*, *Coord_Y1*, respectiv *Coord_X2*, *Coord_Y2*.

Coordonatele unghiulare θ_1 și θ_2 , la momentul de timp t , se obțin din ecuația mișcării circulare uniforme, scrisă pentru fiecare mobil:

$$\theta_{1(t)} = \theta_{01} + \omega_1 t \quad \theta_{2(t)} = \theta_{02} + \omega_2 t \quad (3.2.13)$$

Pentru a transpune în foaia de calcul relațiile (3.2.13), am scris în celulele B18 și B22 următoarele formule Excel:

„=Unghi_TO1+DEGREES(Viteza_U1*Timp)”;

„=Unghi_TO2+DEGREES(Viteza_U2*Timp)”.

Modificând valorile lui t în celula B10, putem simula mișcarea mobilelor pe cerc. La o anumită valoare a lui t se obține suprapunerea pozițiilor mobilelor pe cerc și astfel se determină momentul întâlnirii celor două mobile. Prin modificarea în continuare a momentului de timp putem determina întâlnirile succesive ale mobilelor.

La finalul secțiunii *Rezultate*, în domeniul A26:B26, am introdus o rubrică care precizează întâlnirea mobilelor. Astfel, în celula B26, se afișează mesajul DA când pozițiile mobilelor se suprapun și mesajul NU atunci când pozițiile mobilelor sunt diferite pe cerc.

Condiția $\theta_1(t) = \theta_2(t)$ pentru prima întâlnire a mobilelor a fost rescrisă sub forma:

$$|\theta_{1(t)} - \theta_{2(t)}| < \theta^* \quad (3.2.14)$$

Am ținut seama că în practică mobilele au anumite dimensiuni și nu pot fi considerate puncte materiale. Astfel, este suficient ca diferența coordonatelor unghiulare să fie mai mică decât o valoare maximă, θ^* , aleasă în funcție de necesitățile practice. De exemplu, pentru problema noastră, am considerat $\theta^* = 0,50^\circ$.

Am transpus relația (3.2.14) în foaia de calcul cu ajutorul funcției logice IF. Astfel, în celula B26, am scris formula Excel:

„=IF(ABS(Unghi_T1-Unghi_T2)<0.5;”DA”;”NU”)”.

Foaia de calcul cu prima întâlnire a mobilelor este redată în Fig. 3.2.8. Se observă că întâlnirea are loc la momentul de timp $t = 30,50$ s, coordonatele unghiulare ale mobilelor sunt aproximativ egale, verificând relația (3.2.14) iar în celula B26 apare mesajul DA.

3.3 Instrumente didactice Excel pentru studiul compunerii oscilațiilor armonice perpendiculare [35]

Sunt descrise în continuare două instrumente didactice interactive realizate cu foi de calcul Excel pentru vizualizarea figurilor Lissajous obținute din compunerea oscilațiilor armonice perpendiculare. Primul instrument permite compunerea oscilațiilor perpendiculare neamortizate iar al doilea permite compunerea oscilațiilor perpendiculare amortizate în regim periodic. Perioadele, amplitudinile și defazajul dintre cele două oscilații constituie datele de intrare pentru fiecare instrument.

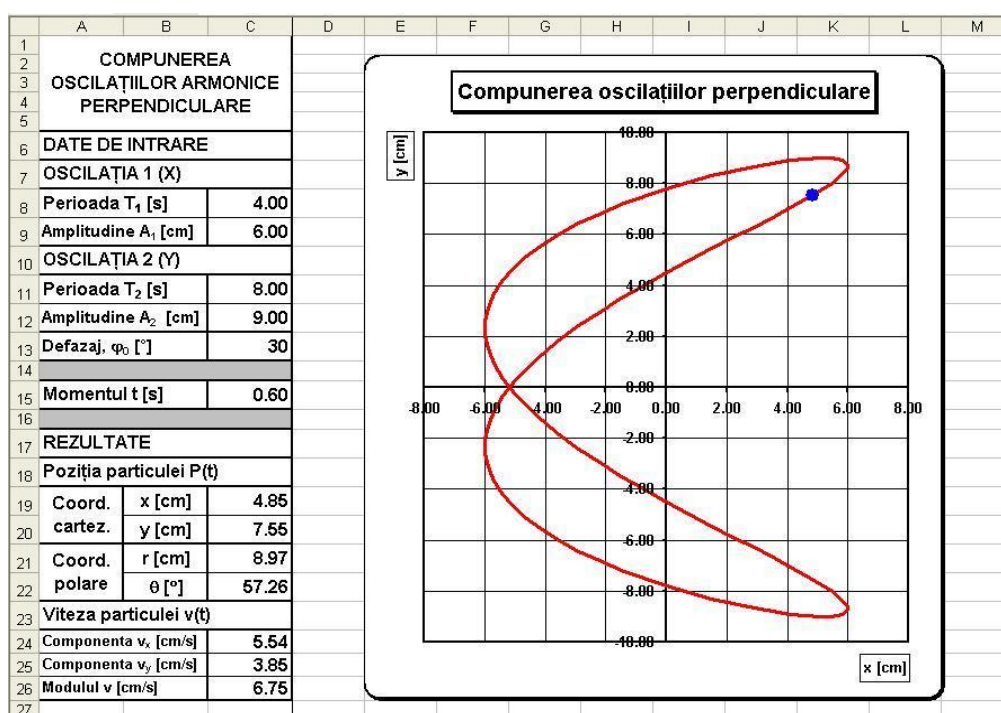


Fig. 3.3.1 Foaia principală de calcul a instrumentului pentru compunerea oscilațiilor armonice perpendiculare. Cazul $T_1 = 4s$, $T_2 = 8s$ ($\omega_1 / \omega_2 = 2$) [35]

Diagrama oscilației rezultante a fost plasată lângă datele de intrare pentru a urmări mișcarea mobilului pe traiectoria rezultantă. Pentru un moment de timp introdus în datele de intrare se calculează coordonatele carteziene și polare ale punctului material care execută oscilația rezultantă precum și viteza acestuia. Prin modificarea momentului de timp poate fi simulată mișcarea punctului material pe traiectoria rezultantă și se poate verifica periodicitatea mișcării pe cele două axe ținând seama de valorile perioadelor celor două oscilații.

Prin modificarea formulelor Excel în foile de calcul, se arată cum poate fi transformat instrumentul pentru compunerea oscilațiilor perpendiculare neamortizate în instrumentul pentru compunerea oscilațiilor perpendiculare amortizate în regim periodic. Figurile Lissajous obținute în condiții de amortizare pot fi analizate prin comparație cu figurile Lissajous rezultate din compunerea oscilațiilor neamortizate la același set de date de intrare așa cum se arată în diagramele prezentate.

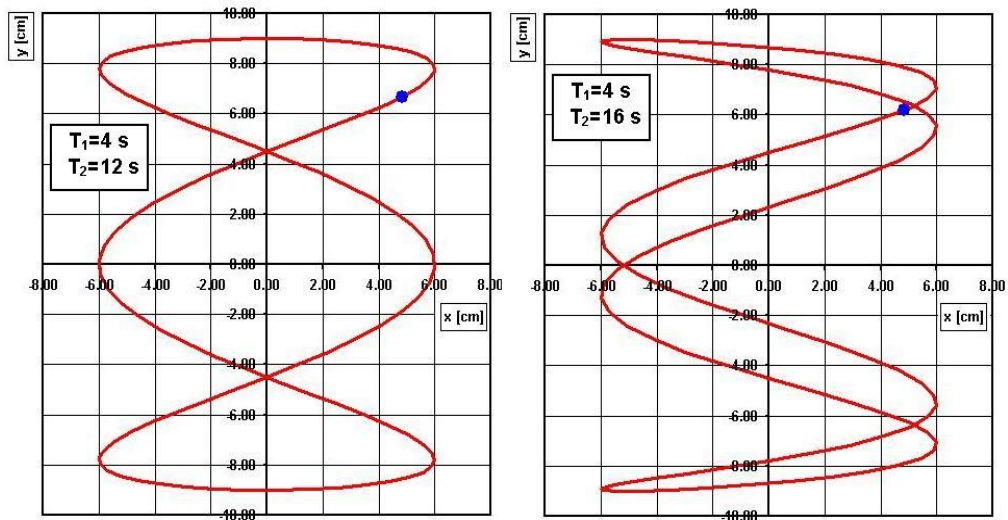


Fig. 3.3.5 Traiectoria rezultantă în cazurile $T_1 = 4s$, $T_2 = 12s$ ($\omega_1 / \omega_2 = 3$) și $T_1 = 4s$, $T_2 = 16s$ ($\omega_1 / \omega_2 = 4$). În ambele cazuri $\varphi_0 = 30^\circ$ [35]

Fiecare instrument, pe lângă foaia principală de calcul cu date de intrare și rezultate, conține foi de calcul secundare cu tabele sursă și calcule intermediare pentru obținerea rezultatelor analitice și grafice din foaia principală.

În Fig. 3.3.1 este prezentată foaia principală de calcul a instrumentului pentru compunerea oscilațiilor armonice perpendiculare de frecvențe diferite. Pentru manipularea mai ușoară a formulelor Excel în foaia de calcul am utilizat denumiri de celule.

Secțiunea *Date de intrare* este împărțită în patru domenii. În primul domeniu, denumit Oscilația 1 (oscilația după axa X) se introduc valorile pentru mărimile caracteristice oscilației 1: perioada, T_1 , în celula C8, denumită Perioada_1; amplitudinea, A_1 , în celula C9, denumită A_1. În al doilea domeniu, denumit Oscilația 2 (oscilația după axa Y) se introduc valorile pentru mărimile caracteristice oscilației 2: perioada, T_2 , în celula C11, denumită Perioada_2; amplitudinea, A_2 , în celula C12,

denumită A_2. În al treilea domeniu se introduce valoarea defazajului dintre cele două oscilații, măsurat în grade sexazecimale, în celula C13, denumită Faza_O. În al patrulea domeniu se introduce în celula C15 momentul de timp t pentru care calculăm poziția și viteza punctului material. Celula C15 a fost denumită Timp.

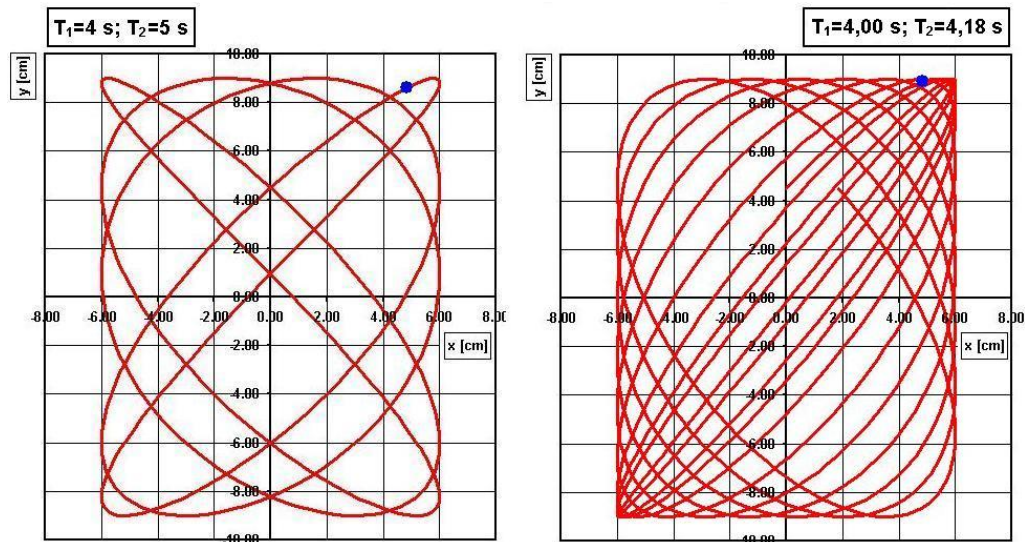


Fig. 3.3.6 Traiectoria rezultantă în cazurile $T_1 = 4s$, $T_2 = 5s$ ($\omega_1 / \omega_2 = 5 / 4$) și

$T_1 = 4s$, $T_2 = 4,18s$ ($\omega_1 \approx \omega_2$). În ambele cazuri $\varphi_0 = 30^\circ$ [35]

Secțiunea *Rezultate* cuprinde două domenii. În primul domeniu s-au calculat coordonatele carteziene și polare ale punctului material care execută oscilația rezultantă. Coordonatele carteziene x și y s-au calculat în celulele C19 și C20 iar coordonatele polare r și θ s-au calculat în celulele C21 și C22. În al doilea domeniu s-a calculat viteza punctului material. Componentele vitezei mobilului pe axele sistemului de coordonate, v_x și v_y , s-au calculat în celulele C24, C25 iar modulul vectorului viteză, v , s-a calculat în celula C26.

Pentru calculul coordonatelor carteziene am ținut seama de ecuațiile celor două oscilații armonice pe axele X și Y:

$$x_{(t)} = A_1 \sin \omega_1 t \qquad y_{(t)} = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_0) \qquad (3.3.1)$$

Diagrama oscilației rezultante, plasată lângă datele de intrare, cuprinde două elemente grafice: traiectoria pe care se mișcă mobilul, trasată cu linie continuă colorată cu roșu și poziția mobilului pe traiectorie, marcată printr-un punct îngroșat colorat cu albastru. Modificând momentul de timp t în datele de intrare putem simula mișcarea

obilului pe traiectorie. Astfel, în Fig. 3.3.1 este redată poziția obilului pe traiectorie la momentul $t = 0,60s$. Dând valorile T_1 și T_2 lui t putem verifica periodicitatea mișcării pe cele două axe ale sistemului de coordonate.

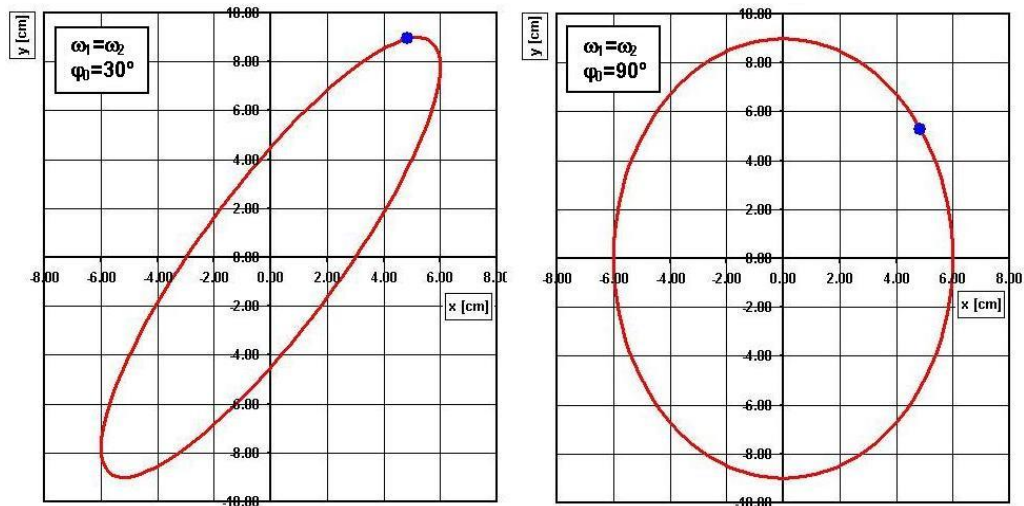


Fig. 3.3.7 Traiectoria rezultantă în cazul $T_1 = 4s$, $T_2 = 4s$ ($\omega_1 = \omega_2$) pentru două valori ale defazajului $\varphi_0 = 30^\circ$ și $\varphi_0 = 90^\circ$

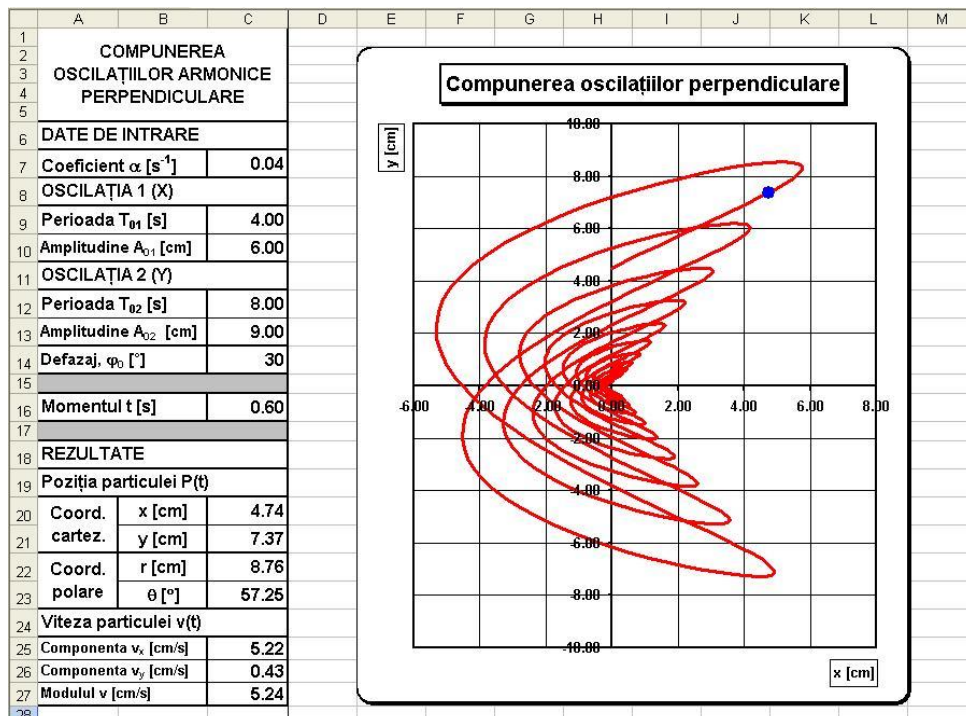


Fig. 3.3.9 Foaia principală de calcul a instrumentului pentru compunerea oscilațiilor armonice perpendiculare amortizate. Cazul $T_{01} = 4s$, $T_{02} = 8s$ ($\omega_{01} / \omega_{02} = 2$) [35]

În Fig. 3.3.5 este redată traiectoria rezultantă în cazurile $T_1 = 4s$, $T_2 = 12s$ și $T_1 = 4s$, $T_2 = 16s$ cu aceeași valoare a defazajului, $\varphi_0 = 30^\circ$. În primul caz, corespunzător unui raport al frecvențelor unghiulare $\omega_1 / \omega_2 = 3$, se observă existența a 3 bucle simetrice față de axele sistemului de coordonate, iar în al doilea caz, corespunzător unui raport al frecvențelor unghiulare $\omega_1 / \omega_2 = 4$, se observă existența a 4 bucle simetrice față de axele sistemului de coordonate.

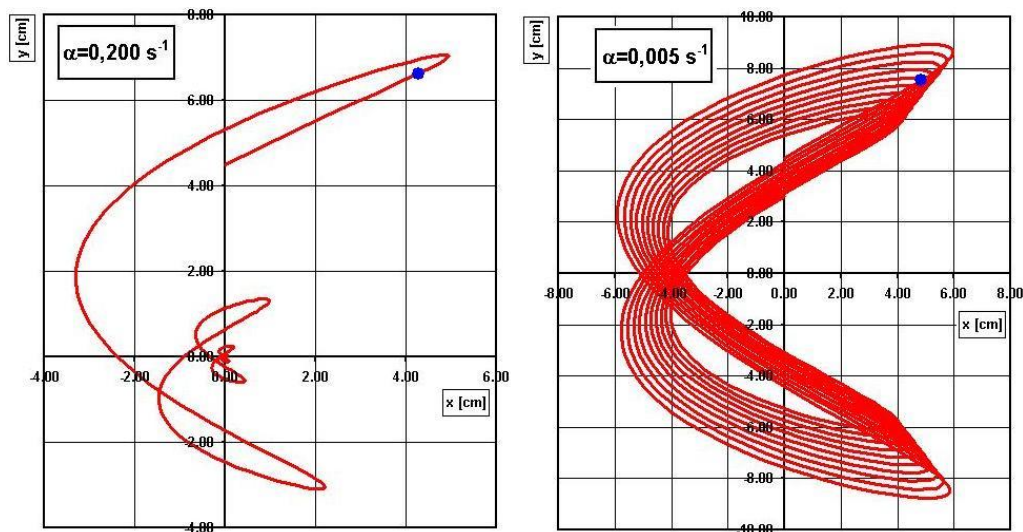


Fig. 3.3.10 Traiectoria rezultantă din compunerea a două oscilații armonice perpendiculare amortizate în cazurile $\alpha = 0,20s^{-1}$ și $\alpha = 0,005s^{-1}$

$$(\omega_{01} / \omega_{02} = 2, \varphi_0 = 30^\circ) [35]$$

În Fig. 3.3.6 este redată traiectoria rezultantă în cazurile $T_1 = 4s$, $T_2 = 5s$ și $T_1 = 4s$, $T_2 = 4,18s$ cu aceeași valoare a defazajului, $\varphi_0 = 30^\circ$. În primul caz, corespunzător unui raport al frecvențelor unghiulare $\omega_1 / \omega_2 = 5/4$, se observă existența buclelor încrucișate poziționate simetric față de axele sistemului de coordonate. În al doilea caz, corespunzător unor valori foarte apropiate ale frecvențelor unghiulare, $\omega_1 \approx \omega_2$, se observă că traiectoria este deschisă și acoperă treptat prin bucle de forma elipsoidală aria delimitată de amplitudinile celor două oscilații. Pe măsură ce frecvențele sunt tot mai apropiate între ele se poate observa cum buclele elipsoidale succesive sunt și ele tot mai apropiate una de alta.

În Fig. 3.3.7 este redată traiectoria rezultantă în cazul $T_1 = 4s$, $T_2 = 4s$ ($\omega_1 = \omega_2$) pentru două valori ale defazajului $\varphi_0 = 30^\circ$ și $\varphi_0 = 90^\circ$. Se observă că în acest caz traiectoria rezultantă devine o elipsă înclinată față de axele sistemului de coordonate pentru $\varphi_0 = 30^\circ$ și respectiv, o elipsă dreaptă pentru $\varphi_0 = 90^\circ$. Dacă fixăm amplitudinile celor două oscilații la aceeași valoare în datele de intrare, pentru $\varphi_0 = 90^\circ$, elipsa se transformă într-un cerc cu raza egală cu valorile amplitudinilor oscilațiilor armonice.

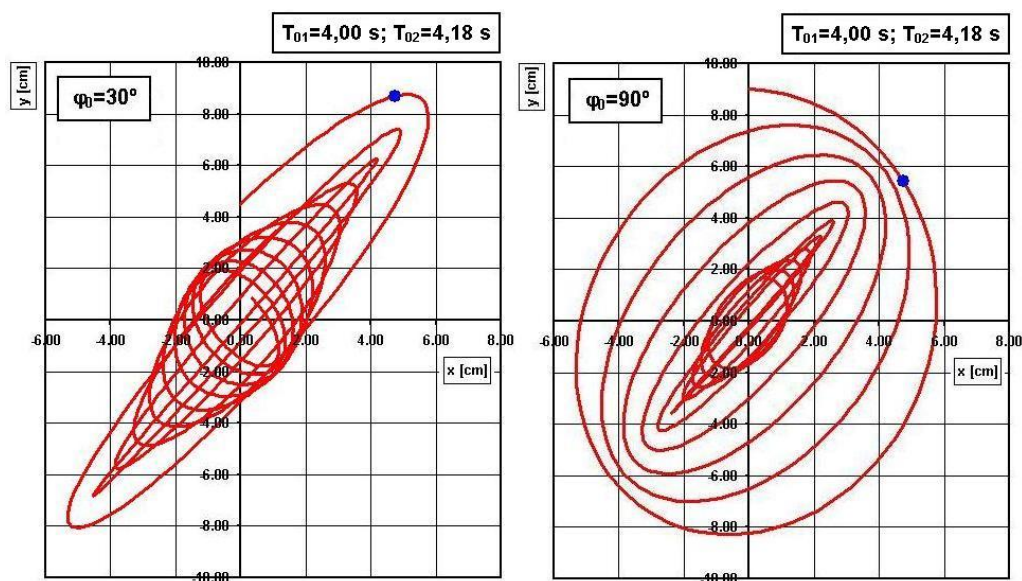


Fig. 3.3.14 Compunerea a două oscilații armonice perpendiculare amortizate pentru $T_{01} = 4s$, $T_{02} = 4,18s$ în cazurile $\varphi_0 = 30^\circ$ și $\varphi_0 = 90^\circ$ [35]

În Fig. 3.3.9 este redată foaia principală de calcul a instrumentului pentru compunerea a două oscilații armonice perpendiculare amortizate în regim periodic:

$$x(t) = A_{01}e^{-\alpha t} \sin \omega_1 t \quad (3.3.10)$$

$$y(t) = A_{02}e^{-\alpha t} \sin(\omega_2 t + \varphi_0) \quad (3.3.11)$$

În ecuațiile (3.3.10) și (3.3.11), A_{01} și A_{02} reprezintă amplitudinile inițiale ale celor două oscilații pe axele X și Y, α coeficientul de amortizare considerat același pentru ambele oscilații, ω_1 și ω_2 frecvențele unghiulare ale oscilațiilor în regim periodic:

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_{01}^2 - \alpha^2} \quad \omega_2 = \sqrt{\omega_{02}^2 - \alpha^2} \quad (3.3.12)$$

În ecuațiile (3.3.12), ω_{01} și ω_{02} reprezintă frecvențele unghiulare proprii ale celor două oscilații:

$$\omega_{01} = \frac{2\pi}{T_{01}} \qquad \omega_{02} = \frac{2\pi}{T_{02}} \qquad (3.3.13)$$

Avem:

$$\alpha < \omega_{01} \qquad \alpha < \omega_{02} \qquad (3.3.14)$$

Instrumentul pentru compunerea oscilațiilor perpendiculare amortizate se poate obține prin simpla adaptare a instrumentului pentru compunerea oscilațiilor perpendiculare neamortizate. Pentru aceasta am ținut seama de relațiile (3.3.10) – (3.3.16) și am modificat corespunzător formulele Excel în foile de calcul. În continuare, descriem modificările realizate în foile de calcul ale instrumentului anterior pentru a compune două oscilații armonice perpendiculare amortizate în regim periodic.

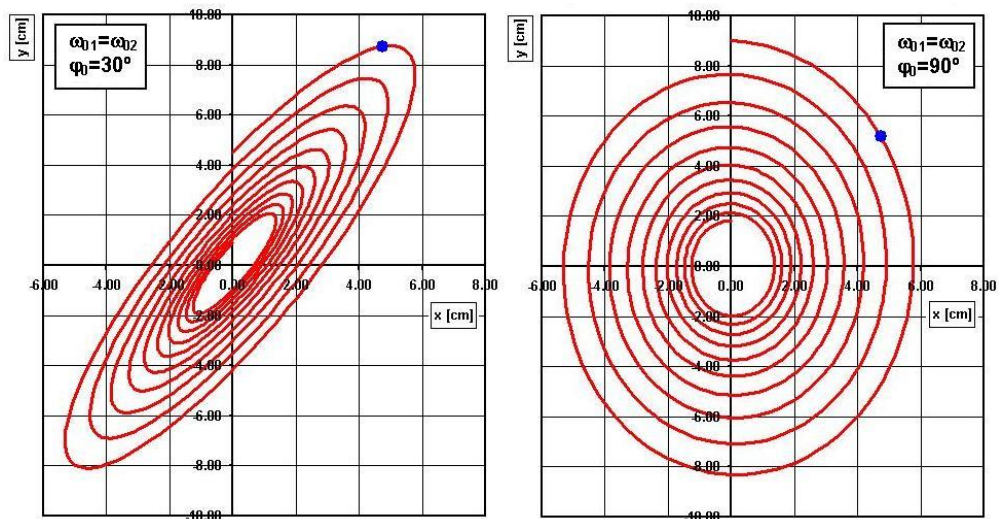


Fig. 3.3.15 Compunerea a două oscilații armonice perpendiculare amortizate pentru

$$T_{01} = 4s, T_{02} = 4s \ (\omega_{01} = \omega_{02}) \text{ în cazurile } \varphi_0 = 30^\circ \text{ și } \varphi_0 = 90^\circ.$$

În foaia principală de calcul am adăugat coeficientul de amortizare α în celula C7, denumită C_A. Am înlocuit în celulele C9 și C12 perioadele T_1 și T_2 cu perioadele proprii T_{01} și T_{02} , iar în celulele C10 și C13 amplitudinile A_1 și A_2 cu amplitudinile inițiale A_{01} și A_{02} . Defazajul între oscilații a fost introdus în celula C14, denumită Faza_O, iar momentul de timp pentru calculul poziției și vitezei mobilului a fost introdus în celula C16, denumită Timp.

Diagrama compunerii oscilațiilor perpendiculare amortizate din Fig. 3.3.9 redă traiectoria rezultantă în cazul unui coeficient de amortizare $\alpha = 0,04s^{-1}$. Am păstrat celelalte date neschimbate, cu valorile de la instrumentul anterior, cu diferența că introducem perioadele proprii T_{01} , T_{02} și amplitudinile inițiale A_{01} , A_{02} în celulele corespunzătoare. Se observă că traiectoria rezultantă are aceeași alură ca în cazul oscilațiilor neamortizate dar se strânge simetric către axele X și Y astfel încât pentru valori mari ale lui t, teoretic pentru $t \rightarrow \infty$, punctul material ajunge în originea sistemului de coordonate. Buclele succesive ale traiectoriei se micșorează odată cu mișcarea punctului material, tinzând la zero când $t \rightarrow \infty$.

În Fig. 3.3.10 sunt redate traiectoriile rezultante pentru coeficientul de amortizare cu valorile $\alpha = 0,20s^{-1}$, respectiv $\alpha = 0,005s^{-1}$. Am păstrat neschimbate, cu valorile redate în Fig. 3.3.9, ceilalți parametri care caracterizează cele două oscilații. Mărind valoarea lui α , se observă că traiectoria rezultantă se desface din ce în ce mai mult astfel încât buclele succesive ale traiectoriei se depărtează una de cealaltă. Micșorând valoarea lui α , traiectoria rezultantă se strânge din ce în ce mai mult astfel încât buclele succesive ale traiectoriei se apropie una de cealaltă.

În Fig. 3.3.14 sunt redate traiectoriile rezultante la compunerea a două oscilații armonice perpendiculare amortizate pentru valori foarte apropiate ale perioadelor inițiale, și anume $T_{01} = 4s$, $T_{02} = 4,18s$. S-au considerat cazurile când defazajul ia valorile $\varphi_0 = 30^\circ$ și, respectiv, $\varphi_0 = 90^\circ$. Coeficientul de amortizare pentru ambele oscilații este $\alpha = 0,04s^{-1}$. Se observă că traiectoria rezultantă se compune din bucle de forma elipsoidală din ce în ce mai mici prezentând o simetrie alternantă față de axele sistemului de coordonate. Pentru $\varphi_0 = 90^\circ$, primele bucle succesive sunt mai depărtate între ele spre deosebire de buclele corespunzătoare defazajului $\varphi_0 = 30^\circ$ care sunt mai strânse una în raport cu cealaltă.

În Fig. 3.3.15 sunt redate traiectoriile rezultante la compunerea a două oscilații armonice perpendiculare amortizate pentru valori egale ale perioadelor inițiale, și anume $T_{01} = 4s$, $T_{02} = 4s$. S-au considerat cazurile când defazajul ia valorile $\varphi_0 = 30^\circ$ și, respectiv, $\varphi_0 = 90^\circ$. Coeficientul de amortizare pentru ambele oscilații este $\alpha = 0,04s^{-1}$. Se observă că traiectoria rezultantă este o spirală eliptică care se strânge către originea

sistemului de coordonate. Pentru $\varphi_0 = 30^\circ$ spirala este înclinată față de axele sistemului de coordonate iar pentru $\varphi_0 = 90^\circ$ spirala devine dreaptă în raport cu axele sistemului de coordonate. Pe măsură ce se micșorează defazajul φ_0 dintre oscilații, elipsele succesive ale traiectoriei rezultante devin tot mai apropiate între ele și se strâng tot mai mult către axa lor de simetrie care străbate cadranele I și III ale reperului cartezian.

3.4 Bibliografie capitolul III

1. Rimoldini, L.G., Singh, C., Student understanding of rotational and rolling motion concepts, *Physical Review Physics Education Research*, **1**(1), 010102, 2005.
2. Singh, C., Centripetal acceleration: often forgotten or misinterpreted, *Physics Education*, **44**(5), 464 – 468, 2009.
3. Roche, J., Introducing motion in a circle, *Physics Education*, **36**(5), 399 – 405, 2001.
4. Lee, W.P., Hwan, C.L., A computer simulation in mechanics teaching and learning: A case study in circular motion, *Computer Applications in Engineering Education*, **23**(6), 868 – 871, 2015.
5. Demircioglu, S., Yurumezoglu, K., Demonstrating the direction of angular velocity in circular motion, *Physics Teacher*, **53**(6), 360 – 362, 2015.
6. Greenslade, T.B., Devices to illustrate Lissajous figures, *Physics Teacher*, **41**(6), 351 – 354, 2003.
7. Daffron, J.A., Greenslade, T.B., A reproduction Lissajous figure machine, *Physics Teacher*, **56**(7), 428 – 429, 2018.
8. Pastana, D.W.D, Rodrigues, M.E., Using Mathematica software to graph Lissajous figures, *European Journal of Physics*, **42**(6), 065802, 2021.
9. Naik, B.K., Solution for simple classical systems using SCILAB, *The Physics Educator*, **4**(3), 2250014, 2022.
10. Ruiz, M.J., Lissajous figures, musical intervals, and the just diatonic scale, *Physics Teacher*, **56**(7), 424 – 427, 2018.

11. Grigore, I., Miron, C., Barna, E.S., Exploring the graphic facilities of Excel spreadsheets in the interactive teaching and learning of damped harmonic oscillations, *Romanian Reports in Physics*, **68**(2), 891 – 904, 2016.
12. Grigore, I., Stoica, D., Miron, C., The study of the simple gravitational pendulum with Excel spreadsheets, *Proceedings of the 14th International Scientific Conference eLearning and Software for Education 1*, 412 – 419, 2018.
13. Uddin, Z., Ahsanuddin, M., Khan, D.A., Teaching physics using Microsoft Excel, *Physics Education*, **52**(5), 053001, 2017.
14. Putranta, H., Kuswanto, H., Spreadsheet for physics: Lissajous curve, *International Journal of Recent Scientific Research*, **9**(5), 26942 – 26948, 2018.
15. **Radu, A.**, Grigore, I., Miron, C., Barna, V., Excel didactic tools for the study of the circular motion, *Romanian Reports in Physics*, **75**(2), 904, 2023.
16. **Radu, A.**, Grigore, I., Miron, C., Barna, V., Lissajous figures with Excel spreadsheets, *Romanian Reports in Physics*, **75**(4), 911, 2023.

CAPITOLUL IV

Utilizarea programului ImageJ în curriculum de Fizică în învățământul preuniversitar

4.1. Introducere

În literatura de specialitate sunt descrise o varietate de experimente de optică pe un spectru larg, de la optica geometrică la optica ondulatorie și optica fonică și prezintă totodată modalități de achiziție și prelucrate a datele cu diverse software-uri. În acest capitol se arată cum poate fi folosit software-ul ImageJ la prelucrarea datelor experimentale în câteva experimente didactice clasice de optică ondulatorie.

S-a demonstrat cum pot fi folosite smartphone-urile și tabletele pentru a învăța și verifica ecuația lentilelor și pentru a ajuta elevii să înțeleagă concepte din optica geometrică. În experimentul prezentat a fost creată o lentilă convexă groasă prin punerea unei picături de apă pe ecranul unei smartphone sau tabletă. Imaginile obținute cu ajutorul camerei smartphone-ului au fost transferate într-un computer și analizate cantitativ cu ajutorul programului ImageJ. Simplitatea montajului experimental și extinderea utilizării smartphone-urilor în prezent face ca experimentul descris să fie interesant și util pentru fizica educațională atât în învățământul preuniversitar cât și în universități [1].

A fost descris modul în care un scanner poate fi utilizat pentru obținerea imaginilor de interferență și difracție de la deschideri dreptunghiulare cu o singură fantă la deschideri cu fantă dublă, fante multiple și circulare. Experimentul este simplu de configurat și nu necesită componente specializate în afară de un mic laser și un scanner plat. S-au obținut imaginile de difracție care au fost fotografiate și s-a reprezentat grafic variația intensității luminoase cu unghiul de deschidere. Experimentul descris poate deveni un proiect de cercetare interdisciplinar care implică Optica și Tehnologia Informației [4].

Măsurătorile rezoluției spațiale reprezintă o modalitate standard de testare a calității unui sistem optic. Prin aceste măsurători putem compara cantitativ diferite opțiuni de imagistică de pe piața de profil a camerelor de smartphone. Măsurătorile

efectuate au sugerat că rezoluția unui DSLR tipic, cum ar fi Canon 40D este limitată de subsistemul său optic, și anume de aberația de sfericitate. Experimentul descris oferă o introducere concretă în abordarea conceptelor de optică modernă din teoria difracției ca analiza Fourier și tehnicile de analiză pentru extragerea informațiilor din datele experimentale [6].

Subiectul câmpurilor polarizate neuniform și al interferențelor cu lumină polarizată a fost prezentat studenților la Fizică printr-un experiment care poate fi realizat într-un laborator de optică la studii universitare de licență. Prin plasarea a două polarizatoare liniare cu axele lor de transmisie ortogonale între ele în fața unei biprisme Fresnel se poate observa pe un ecran dispariția franjelor de interferență. Acesta este un model simplu de a confirma unele dintre legile Fresnel-Arago ale interferenței.. Experimentul îi ajută pe studenți să descopere o modalitate ușoară de a varia starea de polarizare pe toată secțiunea transversală a unui câmp luminos [8].

Experimentul fizic bazat pe investigația științifică are o serie de avantaje în comparație cu demonstrațiile tradiționale de la clasă. În acest sens a fost prezentată construcția unui laborator virtual de optică aplicată (Virtual Optics Laboratory) pentru experimentele care utilizează interferometrul Michelson. Fenomenele de interferență cu teoria aferentă sunt vizualizate pe platforma de lucru a laboratorului virtual cu scopul de a promova eficient înțelegerea conceptuală. Parametrii fizici care intervin în desfășurarea experimentului, precum lungimile de undă sau proprietățile elementelor optice, pot fi modificați cu instrumente interactive astfel încât să permită elevilor să configureze sistemul, să observe fenomenele de interferență și să măsoare lungimile de undă și deplasările franjelor de interferență. Tehnologiile de realitate virtuală ar putea contribui la procesul de învățare în școală, permițând fiecărui elev să aibă acces la experimente virtuale personalizate, compensând lipsa echipamentelor în unele zone [10].

Pentru asimilarea conceptelor mecanicii cuantice a fost prezentat și un kit experimental bazat pe „cuburi optice” imprimabile 3D care permit o mare varietate de experimente în liceu. S-a arătat cum pot fi realizate, cu ajutorul „cuburilor optice”, configurațiile experimentale pentru interferometrul Michelson, interferometrul Mach-Zehnder și pentru studiul polarizării luminii. Prin furnizarea unor instrumente care fac înțelegerea fizicii cuantice o sarcină mai ușoară, intimidarea cauzată de dificultatea de a

cuprinde fenomenele cuantice, poate fi depășită și, prin urmare, studenții sunt încurajați să urmeze studii științifice și specializări în inginerie. Odată cu dezvoltarea tehnologiei de imprimare 3D, abordarea prezentată va îmbunătăți experimental accesibilitatea la aspectele importante ale fizicii cuantice precum principiul suprapunerii și complementaritatea atât la nivel de liceu cât și la universitate [13].

4.2. Software-ul ImageJ - instrument de măsurare pentru experimente de optică ondulatorie [14]

În această secțiune este descrisă utilizarea programului ImageJ ca instrument de măsurare și prelucrare a datelor în trei experimente de optică ondulatorie, și anume, *Studiul inelelor lui Newton în lumină monocromatică transmisă*, *Interferența luminii folosind biprisma Fresnel* și *Difracția luminii*.

4.2.1. Studiul Inelelor lui Newton în lumină monocromatică transmisă

„Inelele lui Newton” apar în urma interferenței luminii monocromatice în pana intermediară subțire aflată între o lentilă plan convexă și o placă de sticlă plană. Raza 1 reflectată de partea inferioară a lentilei convexe interferă cu raza 2 reflectată de partea superioară a plăcii de sticlă după cum se arată în Fig. 4.2.1.

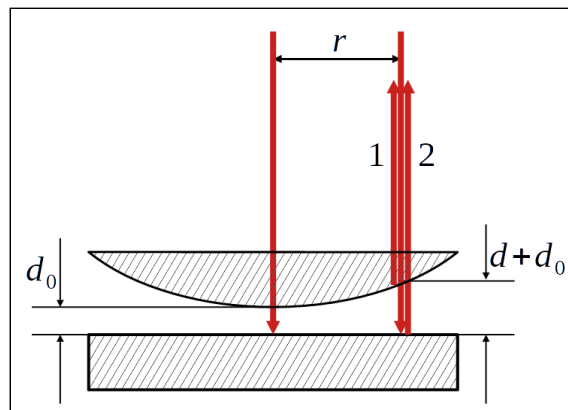


Fig. 4.2.1 Reprezentarea schematică a montajului experimental pentru studiul Inelelor lui Newton [14]

Relația între raza r_n a inelului de ordinul n , grosimea d și raza de curbură R a lentilei este:

$$r_n^2 = nR\lambda \pm 2d_0 \quad (4.2.7)$$

Se măsoară raza inelelor întunecate de diferite ordine n și se trasează graficul

$$r_n^2 = f(n) \quad (4.2.8)$$



Fig. 4.2.3. Dispozitivul experimental pentru observarea inelelor lui Newton [14]

Din panta graficului

$$\operatorname{tg} \alpha = R \lambda \quad (4.2.9)$$

cunoscând raza de curbură a lentilei plan convexe $R = 12,141m$ se determină lungimea de undă a radiației folosind relația (4.2.9). Obținem:

$$\lambda = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{R} \quad (4.2.10)$$

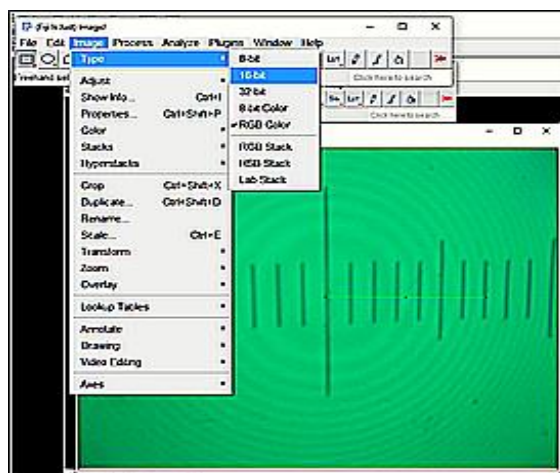


Fig. 4.2.4 Comenzile folosite pentru conversia imaginii în tonuri de gri [14]

Dispozitivul experimental pentru studiul inelelor lui Newton este redat în Fig. 4.2.3. Montajul experimental este compus din lampa cu vapori de mercur cu condensor optic (2) alimentată de o sursă cu puterea de 50W (1), suportul cu filtre monocromatice (3), sistemul optic „inelele lui Newton” cu scală reticulară gradată (4), lentila convergentă (5) și ecranul translucid de observare (6).

S-a fixat filtrul monocromatic verde și s-a obținut pe ecran imaginea cu inelele întunecate și cele luminoase. Cu ajutorul unei fotocamere digitală, plasată în spatele ecranului translucid, s-au realizat fotografiile figurilor de interferență. Analizând imaginile obținute în format digital cu software-ul ImageJ s-a determinat raza inelelor întunecate obținute în lumina verde. Datele obținute sunt prezentate în Tabelul 1.

Tabel 1. Valorile măsurate ale razei inelelor întunecate (minimele de interferență) obținute folosind filtrul verde

Ordinul (n)	$r_n(\text{mm})$
1	3,129
2	3,865
3	4,568
4	5,268
5	6,029
6	6,399
7	7,037

Graficul dependenței pătratului razei inelului întunecat de ordinul n al acestuia, $r_n^2 = f(n)$ este prezentat în Fig. 4.2.7. Graficul a fost realizat cu ajutorul software-ului gratuit SciDavis.

Din graficul redat în Fig. 4.2.7, se obține panta dreptei de interpolare:

$$\text{tg}\alpha = 6,66738\text{nm}^2 \quad (4.2.11)$$

În continuare, ținând seama de relația (4.2.10), unde $R = 12,141\text{m}$, se obține lungimea de undă a radiației utilizate:

$$\lambda_{vl} = 549\text{nm} \quad (4.2.12)$$

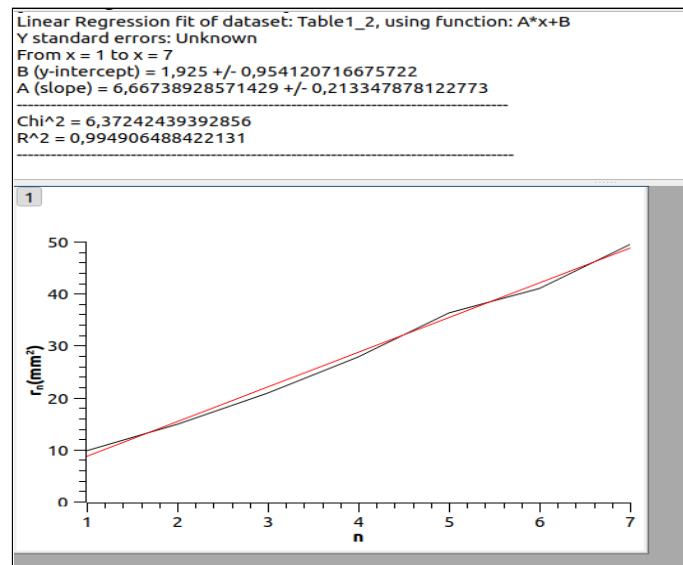


Fig. 4.2.7 Graficul dependenței pătratului razei inelului întunecat de ordinul n al acestuia [14]

4.2.2. Interferența luminii folosind Biprisma Fresnel

Biprisma Fresnel este alcătuită din două prisme subțiri cu unghiul foarte mic, alipite pentru a forma un triunghi isoscel așa cum se arată în Fig. 4.2.12.

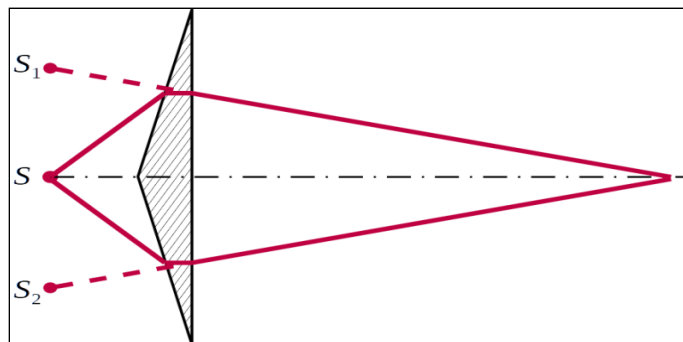


Fig. 4.2.12 Formarea imaginilor virtuale ale sursei prin biprisma Fresnel [14]

După refracția prin cele două prisme, sursa de lumină S generează două fascicule ce par a proveni de la cele două surse virtuale S_1 și S_2 (imaginile sursei S prin cele două prisme). În regiunea de suprapunere a celor două fascicule se obțin franje echidistante pe un ecran de observare. În acest experiment, trebuie determinate distanța dintre imaginile proiectate pe ecran ale celor două surse și interfranța Fresnel [17].

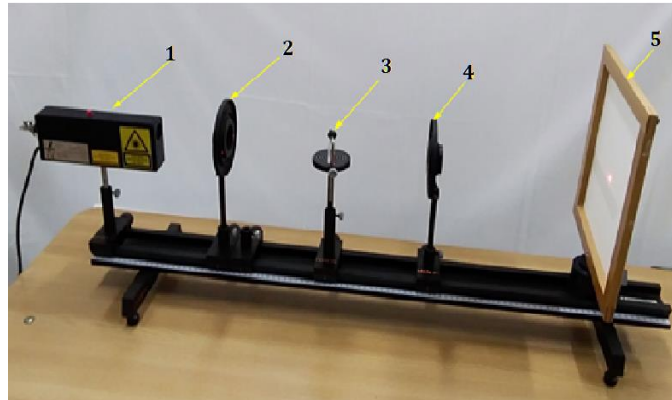


Fig. 4.2.13 Dispozitivul experimental pentru observarea interferenței luminii cu biprisma Fresnel [14]

Proiectarea imaginilor surselor virtuale pe ecran se realizează cu ajutorul unei lentile convergente. Lungimea de undă a radiației folosite, se determină cu ajutorul relației:

$$\lambda = \frac{ia}{L} \quad (4.2.18)$$

unde i este interfranța, a este distanța dintre imaginile obținute pe ecran ale celor două surse virtuale iar L este distanța dintre planul surselor și ecran.

Montajul experimental pentru studiul interferenței luminii cu biprisma Fresnel este redat în Fig. 4.2.13.

Pe bancul optic s-au montat în ordine următoarele elemente:

1. sursă de lumină monocromatică - laser cu HeNe (1mW);
2. o lentilă convergentă cu distanța focală $f_1 = 20mm$;
3. montura cu biprisma Fresnel;
4. o lentilă convergentă cu distanța focală $f_2 = 300mm$ folosită pentru formarea imaginii celor două surse virtuale;
5. un ecran translucid pe care se observă imaginea celor două surse virtuale și a franjelor de interferență.

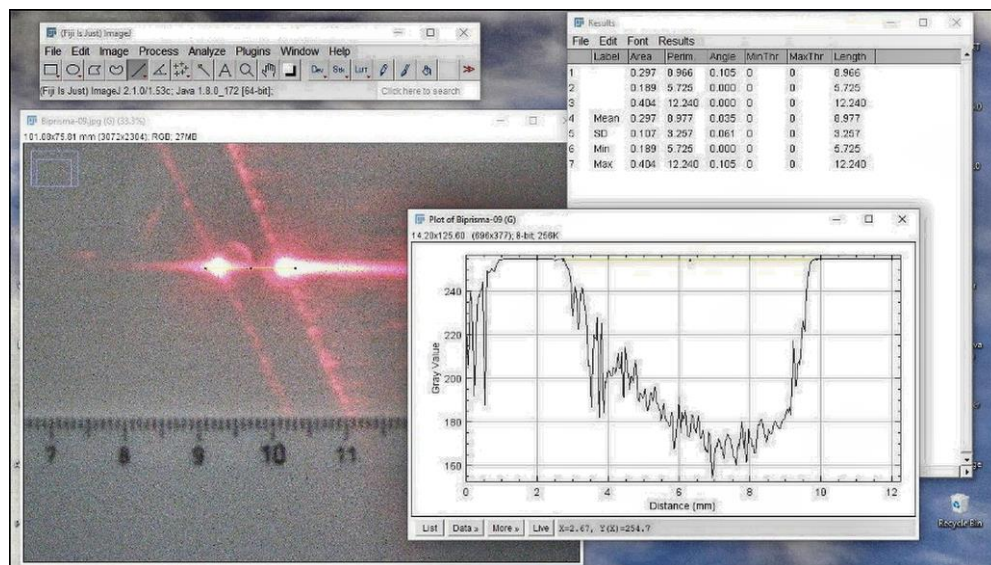


Fig. 4.2.14 Imaginea surselor virtuale în lumină roșie și distribuția nivelului de iluminare în funcție de distanță

Cu ajutorul lentilei cu distanța focală f_2 s-au obținut imaginile celor două surse virtuale pe ecranul translucid. S-a determinat distanța dintre aceste imagini, notată cu A , apoi s-a determinat distanța dintre cele două lentile, notată cu L_0 , și apoi distanța dintre lentila a doua și ecran, notată cu L_2 .

Sursa de lumină punctiformă, se află în punctul focal al lentilei cu distanța focală $f_1=20\text{mm}$. Avem:

$$L_1 = L_0 - f_1 \quad (4.2.19)$$

Distanța dintre planul surselor virtuale și ecran este

$$L = L_1 + L_2 \quad (4.2.20)$$

Distanța dintre cele două surse virtuale se calculează cu relația:

$$a = A \frac{L_1}{L_2} \quad (4.2.21)$$

iar lungimea de undă a radiației folosite, se determină cu ajutorul relației (4.2.18).

În experimentul de față s-a lucrat cu două radiații de culori diferite, radiație roșie și, respectiv, radiație verde. S-au realizat fotografiile imaginilor surselor virtuale și ale franjelor de interferență. Pentru determinarea distanței dintre imaginile surselor virtuale și valoarea interfranței, s-a folosit programul ImageJ.

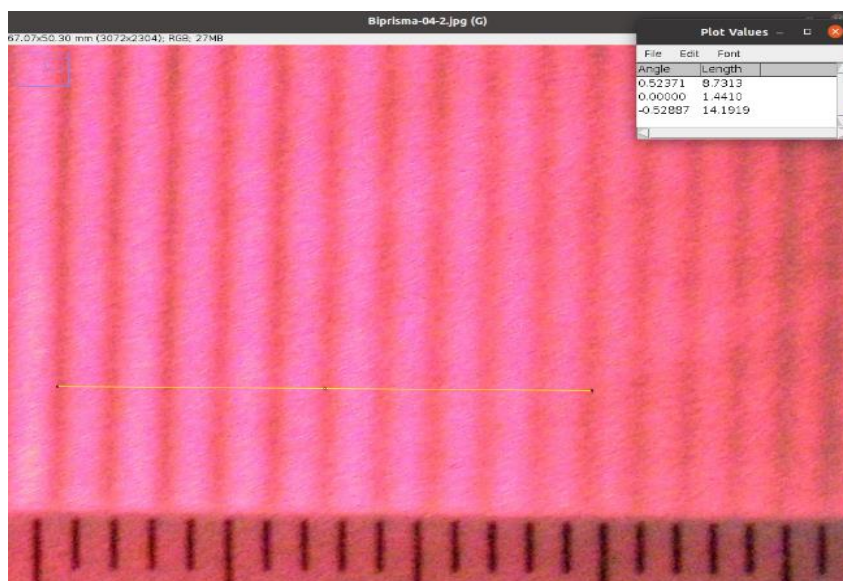


Fig.4.2.15 Franjele de interferență în lumină roșie [14]

În Fig. 4.2.14 este reprezentată imaginea surselor virtuale pentru radiația roșie și distribuția nivelului de iluminare pe ecran în funcție de distanță. Prin același procedeu s-a determinat interfranța i prin măsurare directă pe imaginea figurii de interferență și apoi, măsurând distanța dintre $N=10$ franje consecutive, după cum se arată în Fig. 4.2.2.4. Împărțind această distanță la $N=10$ s-a obținut noua valoare a interfranței.

Tabel 3 Prelucrarea datelor experimentului interferența luminii folosind Biprisma Fresnel

Tipul de radiație	$L_0(\text{cm})$	$L_1(\text{cm})$	$L_2(\text{cm})$	$L(\text{cm})$	$A(\text{mm})$	$a(\text{mm})$	$i(\text{mm})$	$\lambda(\text{nm})$
Roșie	38,2	36,2	245	281,2	8,731	1,29	1,44	666
Verde	38,2	36,2	245	281,2	9,02	1,33	1,10	521

Rezultatele obținute sunt arătate în tabelul Plot Values din Fig. 4.2.15. Astfel, distanța dintre imaginile surselor virtuale este $A = 8,731\text{mm}$, interfranța obținută prin măsurarea directă folosind instrumentul *Straight line tool* din bara de meniu, este $i = 1,44\text{mm}$. Distanța dintre zece franje consecutive fiind egală cu $14,191\text{mm}$, noua valoare a interfranței în acest caz este $i = 1,41\text{mm}$. După cum se poate observa, valorile interfranței sunt foarte apropiate între ele.

Prin același procedeu au fost efectuate determinările și pentru radiația verde.

Datele obținute pentru lungimile de undă ale radiațiilor folosite sunt prezentate în Tabelul 3.

Lungimile de undă ale radiațiilor, înscrise pe sursele de lumină monocromatice folosite (lasere) sunt $\lambda_r = 632nm$ pentru radiația roșie, respectiv $\lambda_v = 533nm$ pentru radiația verde. Rezultatele obținute pentru cele două lungimi de undă sunt foarte apropiate de valorile reale.

4.2.3 Difracția luminii

Difracția luminii constă în ocolirea aparentă a obstacolelor cu dimensiune comparabilă cu lungimea de undă a luminii, sau în trecerea luminii dincolo de un paravan în care este practică o fantă cu deschiderea $b \approx \lambda$.

Dacă în loc de o singură fantă, se realizează într-un paravan opac un număr de N astfel de fante cu deschiderea b , separate prin porțiuni netransparente de lățime b , se obține o rețea de difracție [18].

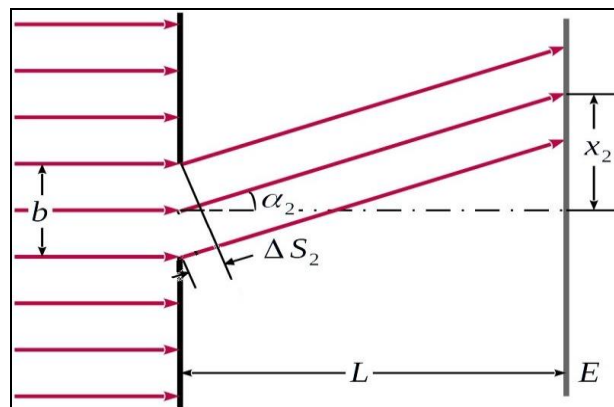


Fig. 4.2.21 Difracția luminii pe o fantă [18].

Cu ajutorul reprezentării din Fig. 4.2.21 se determină diferența de drum dintre razele care interferă în cazul difracției pe o fantă. Se obține:

$$\frac{\Delta S_2}{b} = \frac{x_2}{L} \quad (4.2.25)$$

Având în vedere condiția de formare a maximelor de intensitate, și anume

$$\Delta S_2 = n\lambda \quad (4.2.26)$$

obținem

$$\frac{n\lambda}{b} = \frac{x_2}{L} \quad (4.2.27)$$

Din relația (4.2.27) rezultă lungimea de undă a radiației:

$$\lambda = \frac{bx_2}{nL} \quad (4.2.28)$$

unde n este ordinul de difracție.

În Fig. 4.2.22 este reprezentată difracția pe o rețea de difracție. Lungimea de undă a radiației folosite se determină cu ajutorul formulei:

$$\lambda = \frac{ly}{nd} \quad (4.2.29)$$

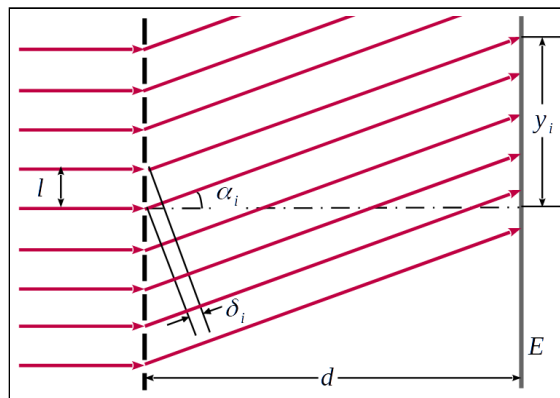


Fig.4.2.22 Difracția luminii pe rețeaua optică [18].

Montajul experimental pentru studiul difracției luminii este prezentat în Fig. 4.2.23. Pentru obținerea imaginii figurii de difracție s-a folosit un pointer laser cu radiație roșie și un pointer laser cu radiație verde, o rețea de difracție și un ecran pe care s-au observat franjele de difracție. Rețeaua de difracție folosită în experiment are 15000 trăsături/inch având constanta $l = 1,69 \cdot 10^{-6} m$. Lungimea de undă a radiației folosite se determină cu ajutorul relației (4.2.29).



Fig. 4.2.23 Montaj experimental pentru observarea difracției pe o rețea optică

Imaginea figurii de difracție obținută cu rețeaua de difracție folosind radiația roșie este prezentată în Fig. 4.2.24.



Fig. 4.2.24 Figura de difracție obținută cu rețeaua de difracție în lumină roșie împreună cu valorile poziției y_i pentru maximele de ordinul I și de ordinul II

Imaginile figurilor de difracție obținute s-au studiat cu programul ImageJ. Pentru prelucrarea figurilor de difracție, s-a setat scala și apoi cu ajutorul instrumentului *Straight line tool* din bara de meniu s-a determinat poziția y_i pentru maximele de ordinul I și de ordinul II.

Tabel 4. Prelucrarea datelor privind difracția luminii folosind radiația roșie

Nr. crt.	l (m)	d (m)	n	y_i (m)	λ (nm)	λ_{med} (nm)
1.	$1,69 \cdot 10^{-6}$	$12 \cdot 10^{-2}$	1	$4555 \cdot 10^{-5}$	664,1	654
2.			2	$9480,3 \cdot 10^{-5}$	667,5	

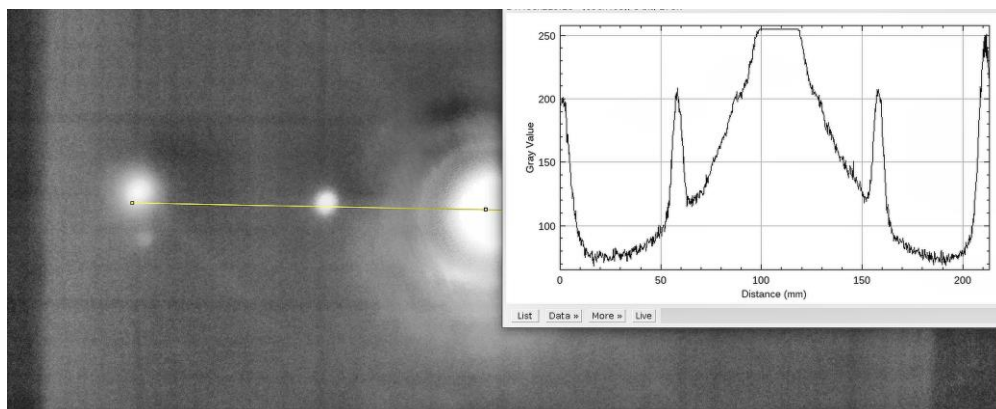


Fig. 4.2.25 Distribuția nivelurilor de iluminare în funcție de poziția maximelor de difracție pe ecranul de observare [14]

Cu ajutorul programului ImageJ, s-a putut obține și reprezentarea grafică a nivelelor de iluminare din figura de difracție în funcție de poziția y_i pe ecran pentru rețeaua folosită. Astfel, pentru figura de difracție obținută și selectată s-a trasat cu ajutorul instrumentului *Straight line tool* din bara de meniu, distanța dintre cele două maxime de ordinul doi și apoi, după cum se arată în Fig. 4.2.25, s-a folosit opțiunea *Analyse* → *Plot Profile*.

Folosind ca sursă de lumină un pointer laser cu radiație verde s-au obținut rezultatele redate în Tabelul 5.

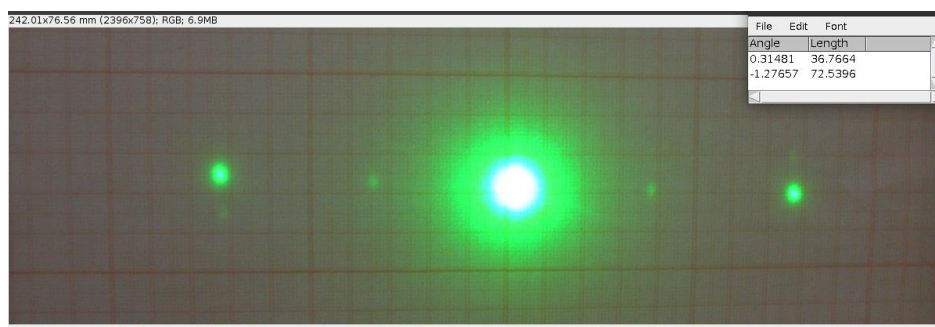


Fig. 4.2.26 Figura de difracție obținută cu ajutorul rețelei de difracție în lumină verde împreună cu rezultatele pozițiilor maximelor de ordinul I și de ordinul II

Tabelul 5. Prelucrarea datelor privind difracția luminii folosind radiația verde

Nr.crt.	$l(m)$	$d(m)$	n	$y_i(m)$	$\lambda(nm)$	$\lambda_{med.}(nm)$
1	$1,69 \cdot 10^{-6}$	$12 \cdot 10^{-2}$	1	$37,7155 \cdot 10^{-3}$	531	533
2			2	$76,0515 \cdot 10^{-3}$	535	

4.3 Software-ul ImageJ - instrument de măsurare pentru determinarea ariei unei frunze

Aria unei frunze se poate determina folosind hârtia milimetrică. Astfel, se desenează conturul frunzei pe hârtia milimetrică și se determină numărul de pătrate cu latura de 1cm din conturul desenat, notate cu N_1 , apoi se determină numărul de pătrate cu latura de 0,50 cm care nu au fost conținute în pătratele numărate anterior, notate cu N_2 și, în final, se determină numărul de pătrate cu latura de 1mm, notate cu N_3 .

Aria frunzei se determină cu ajutorul formulei:

$$A = N_1 \cdot 100mm^2 + N_2 \cdot 25mm^2 + N_3 \cdot 1mm^2 \quad (4.3.1)$$

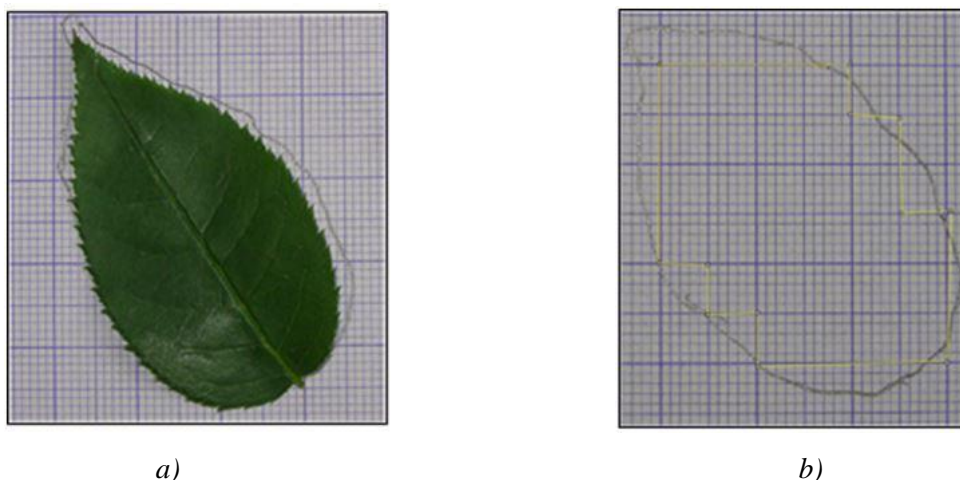


Fig. 4.3.1 Determinarea ariei unei frunze folosind hârtia milimetrică

Figura 4.3.1. prezintă determinarea ariei unei frunze cu ajutorul hârtiei milimetrice aplicând formula (4.3.1.1). Am obținut pentru frunza din figură valoarea $A = 913\text{mm}^2$.

Aria unei frunze se poate determina mult mai rapid și mai precis folosind programul Image J, prin mai multe metode.

4.3.1 Determinarea ariei frunzei cu ajutorul instrumentului „Freehand Selection Tool” - instrumentul de selecție liberă din meniul ImageJ

Se așează frunza pe hârtie milimetrică sau se poate pune, dacă nu este folosită hârtia milimetrică, o riglă alături de frunză și se realizează fotografia frunzei cu ajutorul unui smartphone performant.

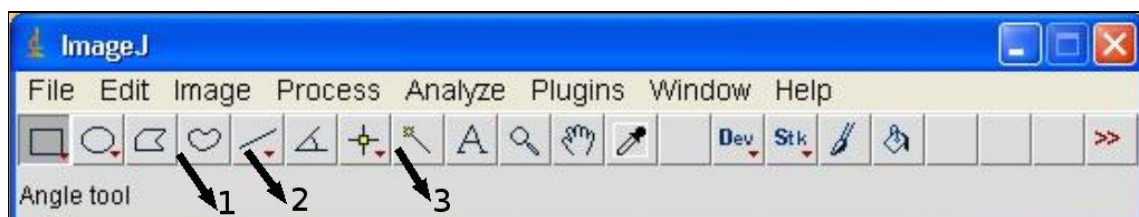


Fig. 4.3.2 Interfața utilizator ImageJ. 1→Instrumentul de selecție liberă; 2→Instrumentul linie dreaptă; 3→Bagheta magică [19]

Pentru determinarea ariei frunzei cu ajutorul instrumentului „Freehand Selection Tool” s-a folosit comanda File → Open și în fereastra deschisă s-a afișat imaginea dorită. Imaginea respectivă a fost prelucrată în tonuri de gri parcurgând pașii Image

→Type → 8-bit. În continuare a fost setată scala cu ajutorul instrumentului de selectare a liniei drepte *Straight Line Selection Tool*, selectat din bara de instrumente ale software-ului ImageJ așa cum se arată în Fig. 4.3.2. S-a trasat pe riglă sau pe hârtia milimetrică un segment de dreaptă cu dimensiunea cunoscută și s-a deschis comanda *Analyze → Set Scale*. În fereastra deschisă de setare a scalei s-a introdus valoarea măsurată în caseta *Known Distance*, trecându-se apoi la stabilirea unității de măsură în caseta *Unit of Measurement*; s-a bifat apoi *Global* [20]. Cu ajutorul instrumentului *Freehand Selection Tool* - instrumentul de selecție liberă, s-a selectat conturul suprafeței a cărei arie trebuie determinată, respectiv, frunza, așa cum se arată în Fig. 4.3.3 [21].

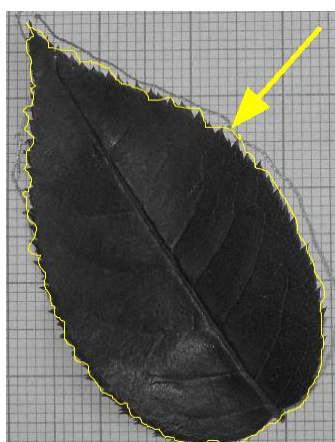


Fig.4.3.3 Selectarea conturului frunzei pentru determinarea ariei cu ajutorul instrumentului de selecție liberă

Acționând comanda *Analyze → Set Measurements*, din lista cu parametrii afișați am selectat aria și perimetrul [20] și rezultatele obținute pentru acești doi parametri sunt redată în Fig. 4.3.4.

	Standard	Standard	Standard	Standard	Standard	Standard	Standard	Standard
1		Area	Mean	StdDev	Min	Max	Perim.	MinThr
2	1	853.279	45.421	19.542	11	200	127.863	0

Figura 4.3.4 Valorile obținute cu instrumentul *Freehand Selection Tool* din meniul *ImageJ* pentru cei doi parametri: aria și perimetrul frunzei

Se poate constata, că aria frunzei obținută cu ajutorul hârtiei milimetrice are valoarea de 913 mm² iar cu ajutorul programului *ImageJ*, folosind metoda expusă, are valoarea de 853,279 mm². Se observă că valorile obținute sunt apropiate între ele.

De asemenea, aria frunzei se poate determina și cu ajutorul instrumentului The Magic Wand Tool din meniul Image J și se mai pot face determinări pentru valoarea medie a ariei frunzei și pentru procentul de culoare diferită din aria unei frunze.

4.4. Software-ul ImageJ - instrument de măsurare în studiul fenomenelor capilare [26]

4.4.1 Considerații generale

Fenomenele capilare se întâlnesc frecvent în natură și tehnică, dar și în interiorul organismelor vii. Fenomenele capilare stau la baza circulației sevei în plante, de asemenea, pot explica deshidratarea unor corpuri cu structură capilară-poroasă etc [28].

Suprafața aparentă a unui lichid este alcătuită din molecule care se atrag reciproc, prin forțe de coeziune, această atracție având tendința să micșoreze cât mai mult pătura periferică a lichidului. Forțele de coeziune care acționează tangențial la suprafața liberă a unui lichid, perpendicular pe contur, se numesc forțe de tensiune superficială [29].

Rezultanta forțelor de tensiune superficială (F) este independentă de mărimea suprafeței libere și depinde numai de natura lichidului și de lungimea totală a conturului periferic al stratului superficial, conform relației:

$$F = \sigma l \quad (4.4.1)$$

unde σ este coeficientul de tensiune superficială iar l reprezintă lungimea totală a conturului periferic al stratului superficial.

Determinarea coeficientului de tensiune superficială se poate face prin mai multe metode, ca de exemplu, metoda ascensiunii capilare și metoda picăturii.

Metoda ascensiunii capilare se bazează pe legea lui Jurin, care arată că înălțimea la care urcă, respectiv coboară, un lichid într-un tub capilar este invers proporțională cu diametrul tubului d :

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g d} \quad (4.4.2)$$

Metoda picăturii se bazează pe curgerea unui lichid sub formă de picături printr-un tub capilar. Condiția de desprindere a picăturii din tubul capilar se exprimă

prin egalitatea dintre rezultanta forțelor de tensiune superficială și greutatea picăturii. Astfel, putem scrie:

$$\sigma \cdot 2\pi r = mg \quad (4.4.3)$$

unde r este raza tubului capilar [30].

În experimentele pentru determinarea coeficientului de tensiune superficială a unui lichid este nevoie de măsurători de precizie a diametrelor tuburilor capilare, a ascensiunii capilare, a unghiurilor de racordare, a unghiurilor de contact etc. Aceste determinări sunt greu de realizat practic prin măsurători directe și de aceea, pentru măsurarea acestor mărimi fizice, am folosit software-ul ImageJ.

În timpul realizării experimentului se fac fotografiile care urmează a fi analizate cu ajutorul software-ului ImageJ. Când se realizează fotografiile, lângă montaj trebuie poziționată și câte o riglă, pentru că fotografiile nu sunt altceva decât imagini „pixelate” și cu ajutorul opțiunii *Set Scale* a programului să se poată realiza conversia din pixeli în unitățile corespunzătoare de lungime.

Software-ul ImageJ a fost utilizat pentru a investiga imaginile obținute în urma studierii fenomenelor capilare folosind tuburi capilare, fenomenelor capilare între plăci paralele și fenomenelor capilare între plăci neparalele.

4.4.2 Studiul fenomenelor capilare folosind tuburi capilare

S-a determinat coeficientul de tensiune superficială al unei soluții de permanganat de potasiu (KMnO_4) folosind legea lui Jurin. Pentru aceasta s-a lucrat cu două tuburi capilare de diametre diferite așa cum se arată în Fig. 4.4.1.

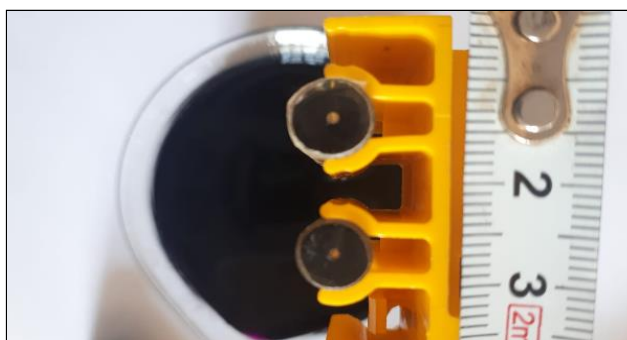


Fig. 4.4.1 Măsurarea diametrelor tuburilor capilare [26]

Imaginea s-a deschis în ImageJ software. Cu ajutorul instrumentului *Straight line tool* din bara de meniu, s-a trasat o linie de o anumită lungime pe rigla din imagine

trecându-se apoi la setarea scalei. În continuare, a fost utilizată opțiunea The Analyze → Set scale pentru a realiza corespondența între valoarea pixelilor și lungimea exprimată în mm sau cm [32]. În fereastra deschisă, în caseta *Known Distance box* s-a introdus valoarea lungimii măsurate pe riglă, apoi s-a introdus unitatea de măsură (mm sau cm) în *Unit of Length box* cu dialogul *Set scale box* [33]. Folosind opțiunea Analyze → Set Measurement s-au ales opțiunile *perimetru*, *arie*. S-a determinat diametrul tuburilor capilare în trei moduri, prin măsurătoarea directă folosind instrumentul *Straight line tool* din meniul ImageJ, apoi s-a determinat aria secțiunii transversale a tubului și perimetrul tubului interior folosind instrumentul *Oval selection*. Cu ajutorul instrumentului *Straight line tool* s-a trasat o linie de-a lungul diametrului și în felul acesta s-a afișat valoarea diametrului, iar cu ajutorul opțiunii *Oval selection* s-a determinat aria secțiunii transversale și perimetrul tubului capilar interior.

Tuburile capilare au fost apoi introduse într-o soluție de permanganat de potasiu cu concentrația de 2%. Ascensiunea capilară a fost determinată pe imaginea din Fig. 4.4.3 folosind instrumentul *Straight line tool* din ImageJ.

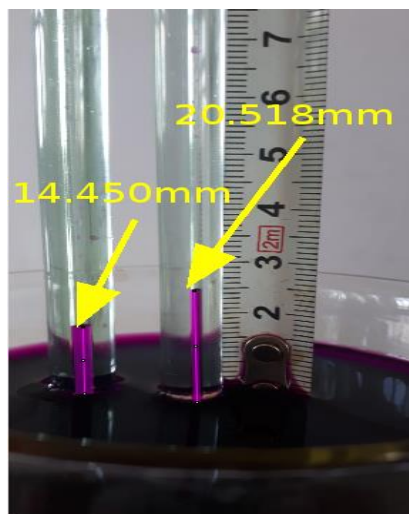


Fig. 4.4.3. Ascensiunea lichidului în tuburile capilare determinată cu ajutorul instrumentului “*Straight line tool*” din meniul ImageJ [26]

În Tabelul 6 sunt trecute valorile diametrelor interioare ale tuburilor capilare determinate prin măsurătoare directă și determinate din măsurători de arie și de perimetru și valorile ascensiunii capilare (h) în cele două tuburi.

Tabelul 6 Valorile diametrelor interioare ale tuburilor capilare determinate prin măsurătoare directă și determinate din măsurători de arie și de perimetru și valorile ascensiunii capilare (h)

Nr. crt.	d_{direct} (mm)	d_{arie} (mm)	$d_{\text{perimetru}}$ (mm)	h (mm)
1.	1.38	1.47	1.48	20.518
2.	2.10	2.07	2.07	14.450

Coeficientul de tensiune superficială a soluției de permanganat de potasiu a fost determinat cu ajutorul relației (4.4.2). Obținem:

$$\sigma = \frac{\rho g d h}{4} \quad (4.4.4)$$

Înlocuind valorile numerice în relația (4.4.4) și ținând seama că densitatea lichidului este $\rho = 983 \text{Kg} / \text{m}^3$ obținem $\sigma = 72,11 \text{mN} / \text{m}$.

Cu ajutorul aceluiași experiment s-a putut determina diametrul unui tub capilar, atunci când se cunoaște diametrul unui alt tub capilar, considerat ca referință, folosind legea lui Jurin.

Din legea lui Jurin scrisă pentru cele două tuburi avem:

$$h_1 = \frac{4\sigma}{\rho g d_1} \quad h_2 = \frac{4\sigma}{\rho g d_2} \quad (4.4.5)$$

și deci obținem:

$$h_1 d_1 = h_2 d_2 \quad (4.4.6)$$

Ca urmare, rezulta:

$$d_2 = \frac{h_1}{h_2} d_1 \quad (4.4.7)$$

Cu datele din Tabelul 6 se obține pentru diametrul celui de-al doilea tub valoarea $d_2 = 2,08 \text{mm}$, care corespunde cu cea măsurată, și anume 2,07mm.

4.4.3 Fenomene capilare între două plăci paralele

Dacă se introduc într-un lichid două plăci de sticlă paralele, foarte apropiate, lichidul urcă între cele două plăci. Înălțimea la care urcă lichidul, dacă acesta udă pereții sticlei, este invers proporțională cu distanța dintre plăci, conform relației:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g d} \quad (4.4.8)$$

unde d este distanța dintre plăci.

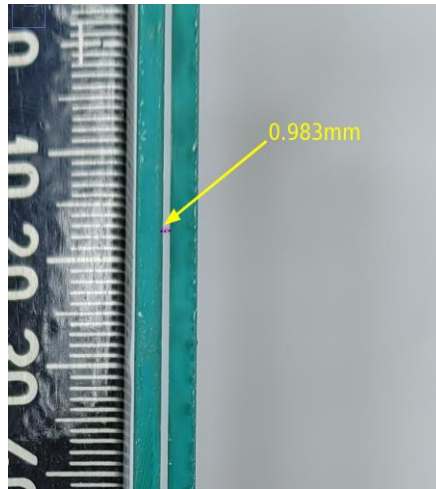


Fig. 4.4.4 Măsurarea distanței dintre plăci cu instrumentul *Straight line tool* al software-ului ImageJ [26]

În Fig. 4.4.4 se arată modul de măsurare a distanței dintre plăcile paralele cu ajutorul instrumentului *Straight line tool* al software-ului ImageJ și în Fig. 4.4.5 se arată ascensiunea lichidului (soluției de permanganat de potasiu) între cele două plăci paralele.

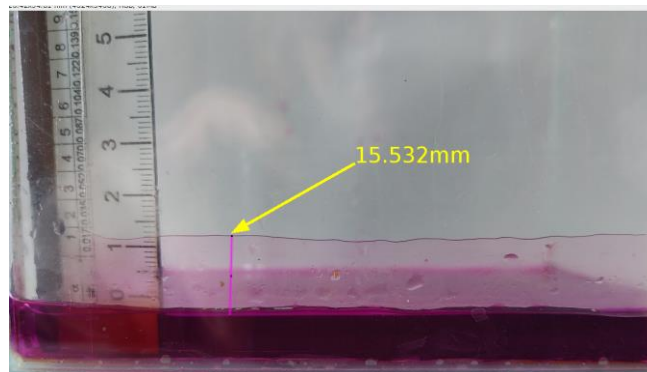


Fig. 4.4.5 Măsurarea ascensiunii permanganatului de potasiu între cele două plăci paralele [26]

Valoarea coeficientului de tensiune superficială pentru soluția de permanganat de potasiu folosită, determinată din acest experiment este $\sigma = 73,61mN / m$.

4.4.4 Fenomene capilare între două plăci neparalele

Dacă se introduce într-un lichid două plăci neparalele, formând între ele un unghi diedru foarte mic, lichidul se ridică din ce în ce mai mult cu cât ne apropiem de muchia unghiului diedru [34].

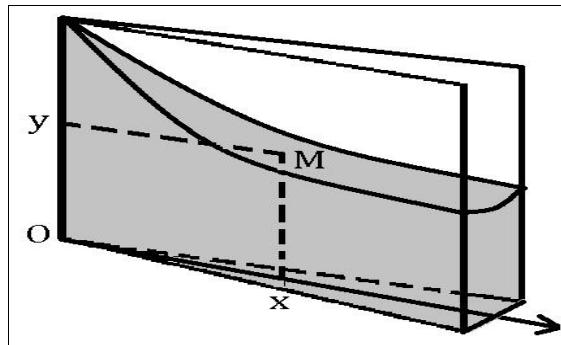


Fig. 4.4.6 Forma curbei după care urcă lichidul între cele două plăci neparalele [34]

În experimentul următor s-a determinat forma curbei după care se ridică soluția de permanganat de potasiu în spațiul dintre cele două plăci neparalele. Pentru a determina acest parametru, se consideră un sistem de axe de coordonate Oxy , unde Ox este axa la nivelul suprafeței aparente a lichidului din vas iar Oy este axa care coincide cu muchia unghiului diedru.

Se consideră un punct M pe suprafața meniscului dintre plăci, având coordonatele x și y . Ordonata y a acestui punct reprezintă înălțimea h la care s-a ridicat lichidul între plăci, după cum se arată în Fig. 4.4.6.

În conformitate cu relația (4.4.8), putem scrie:

$$y = \frac{2\sigma}{\rho g d} \quad (4.4.9)$$

unde d este distanța dintre plăci la valoarea distanței x de muchia Oy .

Prin punctul M se trasează un plan orizontal care secționează lichidul dintre plăci după un triunghi isoscel, cu vârful pe muchia Oy , cu baza d , înălțimea x și cu unghiul la vârf φ , după cum se arată în Fig. 4.4.7. În triunghiul respectiv, avem:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{d}{2x} \quad (4.4.10)$$

de unde obținem

$$d = 2xtg \frac{\varphi}{2} \quad (4.4.11)$$

Introducând pe d din relația (4.4.11) în relația (4.4.9), obținem:

$$y = \frac{\sigma}{\rho g x t g \frac{\varphi}{2}} \quad (4.4.12)$$

Relația (4.4.12) poate fi rescrisă sub forma:

$$xy = \frac{\sigma}{\rho g t g \frac{\varphi}{2}} \quad (4.4.13)$$

Se observă că relația (4.4.13) reprezintă ecuația unei hiperbole echilaterale [34].

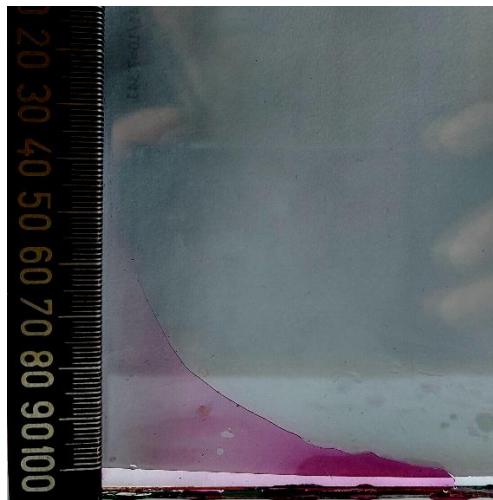


Fig. 4.4.8 Ascensiunea lichidului între două plăci de sticlă neparalele [26]

Între plăcile de sticlă s-a introdus o folie de plastic foarte subțire astfel încât unghiul dintre plăci să fie foarte mic. S-au introdus plăcile într-o cuvă ce conține soluția de permanganat de potasiu. Ascensiunea lichidului dintre plăci este arătată în Fig. 4.4.8. Fotografia a fost deschisă în ImageJ, fiind prelucrată pentru a asigura o vizibilitate mai bună, apelând comanda Image → Adjust → Brightness/Contrast.

Pentru a determina forma curbei după care se ridică lichidul în spațiul dintre cele două plăci am folosit plugin-ul *Click Coordinates Tool txt* din ImageJ. Cu ajutorul acestui plugin, trecând cu mouse-ul pe curba care indică suprafața lichidului între plăci, redată în Fig. 4.4.8, s-au stabilit coordonatele fiecărui punct de pe curbă, datele înregistrate fiind folosite pentru a trasa graficul $y = f(x)$ cu ajutorul opțiunii *Plot*

Profile. Rezultatele obținute sunt arătate în Fig. 4.4.9. În continuare, s-a aplicat operația de fitare a curbei, alegând opțiunea *Power Function* [26].

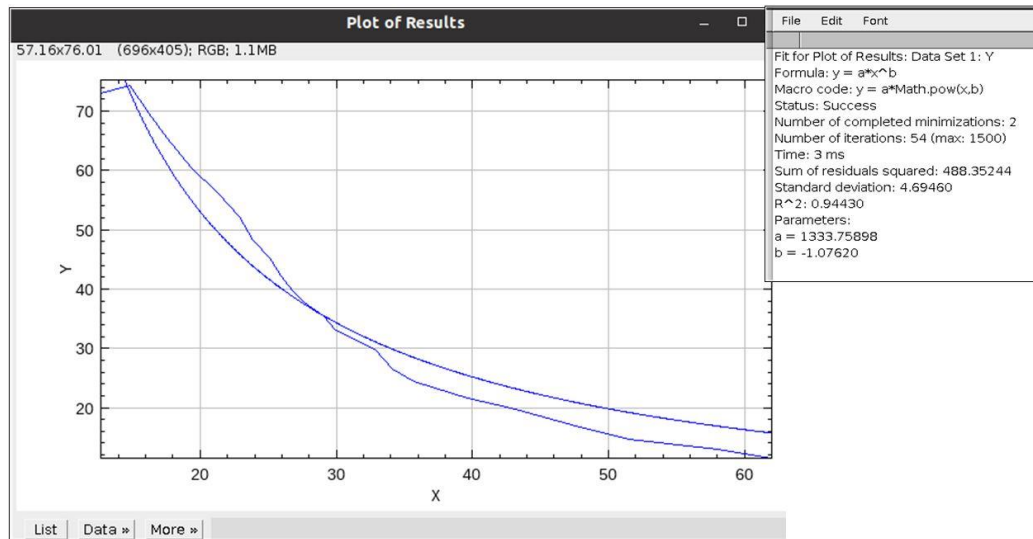


Fig. 4.4.9 Graficul formei suprafeței libere a lichidului și parametrii ecuației curbei obținute [26]

Cu ajutorul instrumentului *Angle Tool* s-a putut determina unghiul dintre cele două plăci și s-a găsit valoarea $\varphi = 0,661^\circ$.

Analizând datele obținute din fitarea curbei experimentale cu cele din curba teoretică se poate deduce că ecuația (4.4.13) este de forma

$$y = ax^b \quad (4.4.14)$$

În fereastra din Fig. 4.4.9, coeficienții a și b au valorile $a = 1333,75mm^2$, respectiv $b = -1,07$.

Ținând seama că

$$a = \frac{\sigma}{\rho g t g \frac{\varphi}{2}} \quad (4.4.15)$$

deducem expresia coeficientului de tensiune superficială:

$$\sigma = \rho g a t g \frac{\varphi}{2} \quad (4.4.16)$$

Valoarea obținută pentru coeficientul de tensiune superficială este $\sigma = 74,3mN/m$, fiind apropiată de cea obținută pentru ascensiunea lichidului între plăcile paralele $\sigma = 73,61mN/m$. Având în vedere că $b = -1,07$ se poate considera că ecuația obținută este cea a unei hiperbole echilaterale.

4.5 Bibliografie capitolul IV

1. Freeland, J., Krishnamurthi, V.R., Wang, Y., Learning the lens equation using water and smartphones/tablets, *Physics Teacher*, **58**(5), 360 – 361, 2020.
2. Koopman, T., Gopal, V., Using flatbet scanners in the undergraduate optics laboratory – An example of frugal science, *American Journal of Physics*, **85**(5), 392 – 398, 2017.
3. Leung, C., Donnelly, T. D., Measuring the spatial resolution of an optical system in an undergraduate optics laboratory, *American Journal of Physics*, **85**(6), 429 – 438, 2017.
4. Piquero, G., Marcos-Muñoz, I., Sande, J. C. G., Simple undergraduate experiment for synthesizing and analyzing non-uniformly polarized beams by means of a Fresnel biprism, *American Journal of Physics*, **87**(3), 208 – 213, 2019.
5. Sun, H., Wei, X., Liu, Y., Design of Simulated Michelson Interferometer for Education Based on Virtual Reality, *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, **9218**, 127 – 137, 2015.
6. Haverkamp, N., Pusch, A., Heusler, S., Gregor, M., A simple modular kit for various wave optic experiments using 3D printed cubes for education, *Physics Education*, **57**(2), 025019, 2022.
7. **Radu, A.**, Popescu, M.V., Berlic, C., Miron, C, Barna,V., Employing ImageJ software as a measurement tool for optics experiments in the didactic laboratory, *Romanian Reports in Physics* **73**(4), 907, 2021.
8. Newton's rings - PHYWE series of publications • Laboratroy Experiments • Physics • PHYWE SYSTEME GMBH • 37070 Göttingen, Germany 22202.
9. Sears, F.W., Zemansky, M.W., Young, H.D., Fizica, *Editura Didactică și Pedagogică*, Bucuresti, 1983.
10. Ferreira, T., Rasband, W., The ImageJ User Guide Version 1.44. <http://rsbweb.nih.gov/ij/docs/user-guide.pdf>. 2011.

11. Papadopulos, F., Spinelli, M., Valente, S., Foroni, L., Orrico, C., Alviano, F., Pasquinelli, G., Common tasks in microscopic and ultrastructural image analysis using ImageJ, *Ultrastructural Pathology*, **31**(6), 401 – 407, 2009.
12. <https://www.youtube.com/watch?v=PJ35z0g1R2s>.
13. **Radu, A.**, Stoica, D., Popescu, M.V., Berlic, C., Miron, C, Barna,V., The study of capillarity phenomena by means of ImageJ software, *Romanian Reports in Physics* **75**(3), 909, 2023.
14. Enache, L, *Biofizica, Editura Sitech*, Craiova, 2013.
15. Marchand, A., Weijs, J. H., Snoeijer, J. H., Andreotti, B., Why is surface tension a force parallel to the interface? *American Journal of Physics* **79**(10), 999 – 1008, 2011.
16. Gianino, C., Measurement of surface tension by the dripping from a needle, *Physics Education*, **41**(5), 440 – 444, 2006.
17. Goy, N. A., Denis, Z., Lavaud, M., Grolleau, A., Dufour, N., Deblais, A., Surface tension measurements with a smartphone, *The Physics Teacher* **55**(8), 498 – 499, 2017.
18. Bărbulescu, N, Țiteica, R., Eftimiu, C., Moisil, Gh., Fizica, vol. 1, *Editura Didactică și Pedagogică*, București, 1965.

CAPITOLUL V

Software-uri atașate unor sisteme de achiziție și prelucrare a datelor pentru studiul histerezisului elastic și a mișcării în câmp gravitațional

5.1. Introducere

În capitolul de față mi-am propus să prezint studiul a două fenomene, și anume, fenomenul de histerezis elastic la benzile de cauciuc și mișcarea unui corp în câmpul gravitațional terestru, folosind echipamentele de achiziție și prelucrarea a datelor Cobra 3 și Tableta Einstein ale firmelor Phywe din Germania și, respectiv, Fourier Education din Israel. Cu echipamentele furnizate de cele două firme am pus în evidență o serie de metode de prelucrarea a datelor experimentale.

Literatura de specialitate prezintă o diversitate de experimente interfațate de calculator, simulări interactive și aplicații multimedia pe tema fenomenului de histerezis și a mișcării în câmp gravitațional terestru. În continuare sunt descrise contribuțiile unor autori care au abordat această tematică.

Pentru a explora sistemele elastice, presupunând că elevii au finalizat experimentul de bază prin care este verificată legea lui Hooke, a fost descrisă o succesiune de trei activități experimentale. În primul experiment, elevii măsoară constantele elastice ale mai multor resorturi și după aceea realizează diverse combinații cu resorturile, grupări serie și grupări paralele, determinând constanta elastică a grupărilor respective. Al doilea experiment oferă elevilor o sarcină de performanță pe baza laboratorului comun „bungee drop”. Considerând o anumită înălțime de cădere, elevii calculează numărul de benzi de cauciuc care trebuie legate în serie astfel încât masa în cădere să se apropie de podea cât mai mult posibil fără să o atingă însă. În al treilea experiment elevii trasează curba de histerezis elastic a unei benzi de cauciuc. Folosind un software de achiziție de date se constată că diferența între curba la alungire în sens direct și curba la revenire este cu atât mai mare cu cât experimentul se desfășoară mai rapid. Prin măsurarea ariei delimitate de bucla de histerezis se determină căldura pierdută pe parcursul ciclului, permițând astfel o legătură utilă cu

termodinamica. Prin observarea fenomenului de histerezis elevii constată că ipotezele lor anterioare de liniaritate între alungire și forța deformatoare sunt incorecte stabilind astfel, prin propriile investigații, domeniul de valabilitate al legii lui Hooke [1].

Au fost descrise experimente pentru studiul proprietăților privind elasticitatea și plasticitatea, cu trasarea ciclului de histerezis, în elemente de uz comun, supuse întinderii sau compresiunii precum și solicitării la torsiune. A fost prezentat experimentul tipic prin care se determină intervalul de aplicare a legii lui Hooke. Experimentele descrise permit elevilor să învețe să distingă trei tipuri de efecte de forță asupra diferitelor materiale: (1) o distorsiune permanentă după aplicarea unei cauze; (2) o deformare care este recuperată într-o manieră dependentă de timp; (3) o deformare care dispare imediat după eliminarea acțiunii care a provocat-o. Aceste experimente permit, de asemenea, elevilor să se raporteze la alte ramuri ale Fizicii ca de exemplu magnetismul în raport cu fenomenul de histerezis [2].

Procesul de respirație a fost analizat din punct de vedere fizic, ca exemplu elementar de termodinamică, cu fenomenul asociat de histerezis. S-a arătat că plămâni pot fi modelați ca un motor termic în doi timpi. Fenomenul de histerezis se manifestă în expansiunea și contracția plămânilor în timpul respirației. Ciclul de histerezis a fost reprezentat grafic prin curbele presiune-volum la expansiune, respectiv la contracție. Diferența între cele două curbe determină histerezisul iar aria sa este egală cu lucrul mecanic efectuat de plămâni în timpul respirației. Calculele redată în lucrare pot fi adaptate și la alte curbe de presiune-volum pentru plămâni și pot oferi informații prețioase în cazul unor patologii legate de respirație [8].

A fost analizată mișcarea parabolică a unui corp în câmpul gravitațional constant al Pământului cu o abordare contextuală a aruncării unei mingi de baschet. Metoda de cercetare folosită a fost descrisă experimental, și anume, a fost înregistrat un videoclip cu aruncarea unei mingi de baschet folosind software-ul Tracker Video Analysis. Videoclipul aruncării unei mingi de baschet poate fi folosit ca exemplu de model de învățare contextuală pentru elevii de liceu. Astfel, învățarea este asociată cu evenimentele cotidiene ținând seama că mișcarea parabolică a mingii în jocul de baschet reprezintă un exemplu edificator în acest sens [10].

S-a arătat cum poate fi folosită o tabletă ca instrument educațional experimental pentru înregistrarea și analiza mișcării unei mingi aruncată vertical de pe un skateboard

în mișcare. Pentru a analiza traiectoriile celor două corpuri, atât mișcarea skateboardului pe orizontală cât și mișcarea mingii pe verticală, au fost înregistrate cu un iPad poziționat perpendicular pe planul de mișcare la distanță suficientă față de locul aruncării mingii. Datele video au fost colectate folosind aplicația „Sensor Tools”. Acest experiment indică modul în care învățarea fizicii poate fi configurată utilizând videoclipuri înregistrate chiar de elevi. În loc de a prelua un exemplu din manual, elevii au șansa să exploreze legile naturii într-un context bazat pe un cadru cu grad ridicat de autonomie folosind o tabletă ca dispozitiv de măsurare. Această autonomie corelată cu autenticitatea instrumentului experimental folosit favorizează motivația elevilor pentru studiul fizicii [11].

5.2 Studiul histerezisului elastic

Între alungirea, respectiv comprimarea unui resort și forța aplicată există o relație liniară, exprimată prin legea lui Hooke:

$$F = -k\Delta l \quad (5.2.1)$$

unde F este forța aplicată, Δl este alungirea sau comprimarea resortului iar k este constanta elastică a resortului.

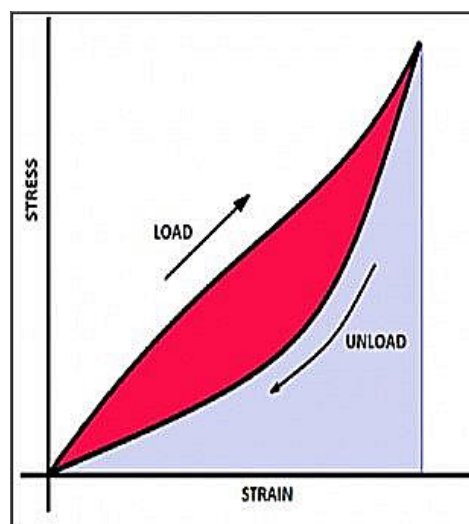


Fig.5.1 Ciclul de histerezis elastic [15]

Experimental se constată că revenirea resortului la starea inițială nedeformată se face pe aceeași cale ca în cazul deformării resortului. În schimb, dacă se alungește o bandă de cauciuc și apoi este eliberată, aceasta are un comportament diferit în

comparație cu resortul elastic. Astfel, banda elastică, realizată din latex și cauciuc, nu revine la forma inițială imediat după încetarea acțiunii forței deformatoare, revenirea la forma inițială având loc numai pentru valori mici ale forței deformatoare. Acesta este un exemplu de fenomen numit histerezis elastic și constă în incapacitatea unui material de a reveni după destindere la starea inițială în același mod ca la deformare. Ca urmare, graficul care redă alungirea absolută în funcție de forța deformatoare, când forța deformatoare crește, este diferit de graficul care redă alungirea absolută în funcție de forța deformatoare a aceluiași corp pe măsură ce încetează forța deformatoare [3].

Procesul de deformare și relaxare a unei benzi de cauciuc este însoțit de o pierdere de energie care se reflectă în creșterea temperaturii benzii. Pierderea de energie poate fi determinată folosind graficul forței deformatoare F în funcție de alungire la deformarea și, respectiv, relaxarea benzii de cauciuc. Această energie este reprezentată de aria buclei de histerezis – aria cuprinsă între porțiunile de destindere și de comprimare, așa cum se observă în Fig. 5.1. Avem:

$$E = \int_{F_{\min}}^{F_{\max}} [x'(F) - x(F)] dF \quad (5.2.2)$$

unde $x(F)$ și $x'(F)$ reprezintă dependențele alungirii absolute de forța deformatoare, pe cele două ramuri ale histerezisului, la întindere, respectiv la revenire, iar F_{\min} , F_{\max} sunt limitele domeniului de valori ale forței deformatoare.

Procesul de histerezis este ireversibil deoarece lucrul mecanic al forței deformatoare este transformat în căldură. Energia pierdută reprezintă lucrul mecanic al forțelor neconservative și se regăsește sub formă de căldură disipată în mediul înconjurător la parcurgerea ciclului de histerezis [15 – 16]].

5.2.1 Studiul histerezisului elastic la benzile de cauciuc folosind sistemul de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3

În prima etapă experimentală, s-a studiat comportarea unui resort elastic atât la deformare cât și la revenirea sa la starea inițială pentru a putea face comparație cu modul în care se comportă o bandă de cauciuc. Pentru realizarea acestui experiment s-a folosit un echipament de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3.

Software-ul *Cobra 3 Force/Tesla*, inclus în software-ul mai general **Measure** și utilizat pentru studiul experimental al legii lui Hooke, reprezintă unul din modulele

software necesare pentru funcționarea diferitelor instrumente din gama Phywe. **Measure** este un software de măsurare extins, folosit pentru colectarea, vizualizarea, procesarea și evaluarea datelor rezultate în urma efectuării unui experiment. Acest software este disponibil pentru diferite instrumente de măsurare din linia de produse Phywe și pentru sistemul de interfață Cobra 3 căruia i se pot atașa diferite module și senzori.

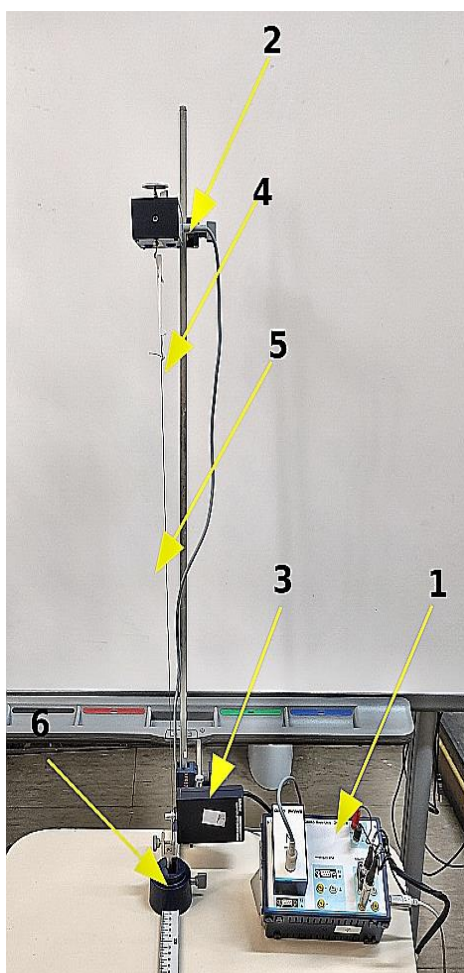


Fig. 5.5 Setup-ul experimentului pentru studiul deformării unei benzi de cauciuc folosind sistemul de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3

Software-ul **Measure** are opțiunea *Analysis functions* care permite determinarea următorilor parametri: valorile medii ale unei funcții; panta unei drepte; integrala definită pe un domeniu; extremul unei funcții etc [17].

Tot cu opțiunea *Analysis* s-a determinat lucrul mecanic efectuat de forța deformatoare în timpul alungirii resortului integrând funcția forță deformatoare-alungire pe domeniul de valori ale alungirii resortului. Din analiza graficului obținut se poate

observa că deformarea suferită de un resort este o deformare de tip elastic, revenirea resortului la starea inițială realizându-se pe aceeași cale ca și procesul direct de deformare.

În a doua etapă experimentală s-a studiat deformarea a două benzi de cauciuc. Montajul experimental este aproape identic cu cel folosit pentru studiul deformării resortului, numai că în locul resortului s-a fixat o bandă de cauciuc. Setup-ul experimental este redat în Fig. 5.5.

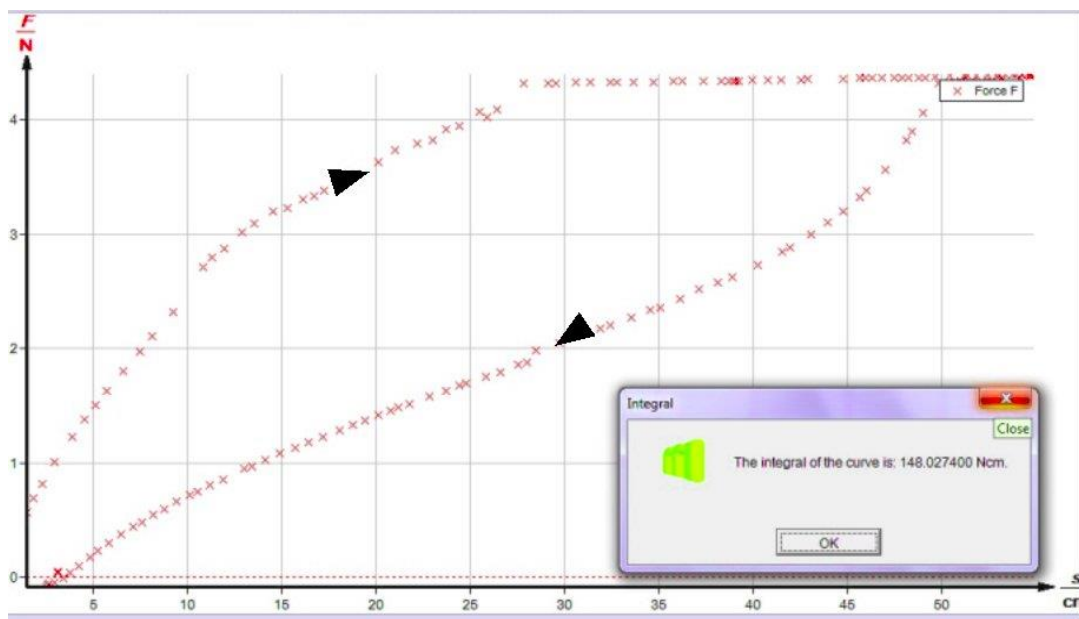


Fig. 5.6 Curba de histerezis elastic în cazul unei benzi de cauciuc

Echipamentul folosit cuprinde: sistemul de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3 împreună cu softul Force/Tesla (1), un senzor de forță (2), un senzor de distanță (3), banda de cauciuc (4), fir din nailon (5), cilindrul mobil Barrel base (6).

Pentru a studia deformarea benzii de cauciuc s-a procedat în același mod ca și la experimentul anterior - deformarea unui resort elastic.

Graficul dependenței forței deformatoare de alungirea benzii de cauciuc în sens direct la deformare și, respectiv, în sens invers la revenire, este reprezentat în Fig. 5.6. Se constată că banda de cauciuc are un comportament diferit în comparație cu resortul elastic. Astfel, cauciucul este un material care nu respectă legea lui Hooke chiar și atunci când este supus unei forțe deformatoare mici.

Din analiza graficului reprezentat în Fig. 5.6 se observă că revenirea benzii de cauciuc la starea inițială nu se face pe același drum ca la alungire, ci după o altă curbă. Ca urmare, banda nu revine la forma inițială după ce a fost înlăturată forța deformatoare și deci prezintă fenomenul de histerezis elastic.

Aria suprafeței cuprinse între cele două ramuri ale histerezisului benzii de cauciuc reprezintă energia pierdută în procesul de histerezis și care este disipată în mediul exterior sub formă de căldură. Valoarea energiei de deformare, care se regăsește sub formă de căldură este $W = 1,4803N \cdot m = 1,4803J$.

5.2.2 Studiul histerezisului elastic la benzile de cauciuc folosind tableta Einstein

Pentru a studia comportarea unei benzi de cauciuc la deformarea elastică s-a folosit Tableta Einstein împreună cu un senzor de forță și unul de distanță.

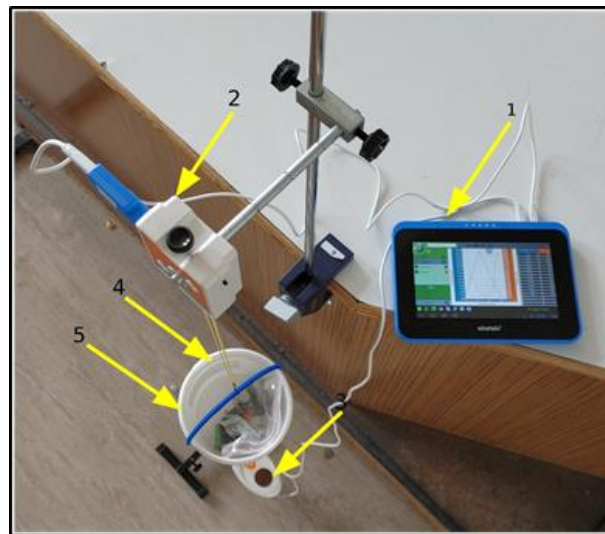


Fig. 5.14 Setup-ul experimental pentru studiul histerezisului elastic folosind Tableta Einstein

Tableta Einstein este o tabletă educativă, care permite investigarea științei folosind cele mai moderne tehnologii permițând abordarea fenomenelor fizice într-o manieră interdisciplinară. Are încorporați 8 senzori și i se pot atașa încă 65 senzori externi. Parametrii pentru senzori, rata de eșantionare și durata experimentului pot fi foarte ușor stabilite.

Tableta Einstein include aplicația de analiză a datelor **MiLAB™** (preinstalată), pentru colectarea și analiza avansată a datelor. **MiLAB** este un software puternic care, împreună cu senzorii mărcii Einstein™, permite să se colecteze, să se afișeze și să se analizeze datele, transformând orice dispozitiv Android într-un adevărat laborator digital.

Setup-ul experimentului este prezentat în Fig. 5.14. Echipamentul folosit cuprinde: tableta Einstein (1), senzorul de forță Fourier (2), senzorul de distanță Fourier (3), banda elastică din cauciuc (4), recipientul în care s-au introdus corpurile de masă marcată (5).

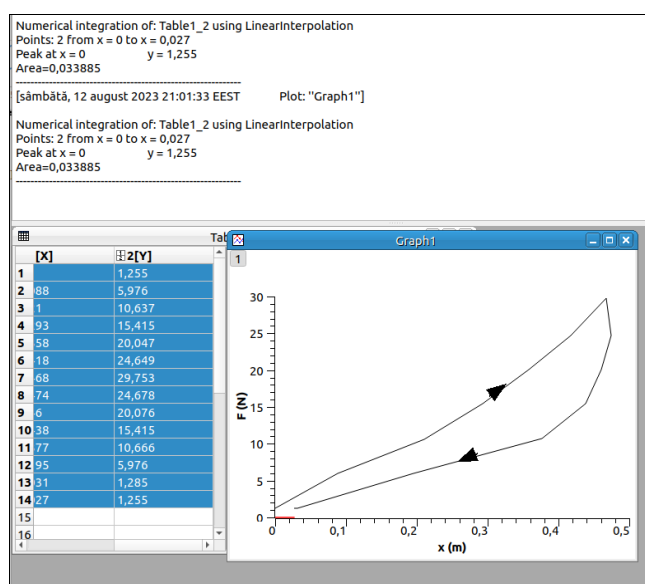


Fig. 5.17 Curba de histerezis pentru o bandă de cauciuc obținută folosind software-ul SciDavis

Pentru derularea experimentului, banda de cauciuc s-a fixat la capătul senzorului de forță. La celălalt capăt al benzii de cauciuc s-a fixat un recipient în care s-au introdus corpuri cu masa marcată. S-a început cu corpuri având masa totală de 500g, apoi s-au folosit corpuri cu masa de 1000g, 1500g etc. până la 3000g. Tableta Einstein a înregistrat forța deformatoare și distanța de la baza recipientului la senzorul de forță. Graficul dependenței forței deformatoare de distanță în cazul deformării unei benzi de cauciuc este redat în Fig. 5.15.

Cu ajutorul opțiunii Analysis din cadrul software-ului SciDavis s-au determinat integralele funcțiilor care descriu cele două ramuri ale histerezisului, obținându-se aria

delimitată de histerezis egală cu energia de deformare a benzii de cauciuc:
 $W = 0,033885 N \cdot m = 0,033885 J$.

5.3 Studiul căderii libere a unui corp în câmpul gravitațional constant al Pământului

Un corp lăsat liber în câmpul gravitațional constant al Pământului are o traiectorie rectilinie după dreapta care unește centrul de greutate al corpului cu centrul Pământului. Notând cu h înălțimea de la care cade liber corpul și cu t timpul de cădere, ținând seama că avem o mișcare uniform accelerată cu accelerația gravitațională g , putem scrie:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad (5.3.1)$$

Dacă se înregistrează timpul de cădere de la diferite înălțimi, graficul înălțimii în funcție de pătratul timpului de cădere, $h = h(t^2)$ este o dreaptă. Din panta graficului $h = h(t^2)$, egală cu $g/2$, se poate determina deci accelerația gravitațională [18].

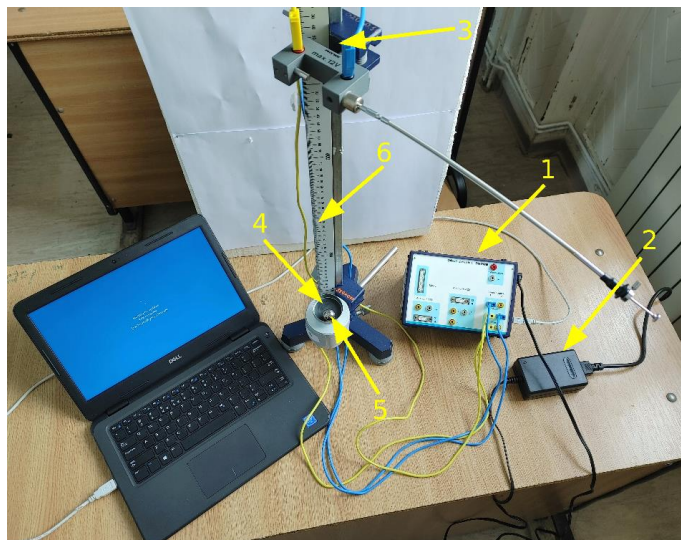


Fig. 5.18 Setup-ul experimental pentru studiul căderii libere folosind echipamentul cu plăci de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3

Setup-ul experimental pentru studiul căderii libere a unui corp folosind echipamentul cu plăci de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3 este redat în Fig. 5.18.

Echipamentul experimental cuprinde: sistemul de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3 (1); sursa de alimentare de 12V (2); unitatea de fixare și lansare a bilei (3);

comutatorul de impact cu platan (4); bila metalică (5); ruleta (6). Sistemul Cobra 3 este însoțit pentru acest experiment de software-ul Cobra 3 Timer/Counter [18].

În prima etapă a experimentului, bila este lăsată să cadă liber de la diferite înălțimi măsurate cu ajutorul ruletei iar timpul de cădere este măsurat folosind software-ul Cobra 3. Pentru fiecare înălțime se efectuează câte trei măsurători ale timpului de cădere ale cărui valori sunt afișate pe monitor și se determină valoarea medie a celor trei valori. Fereastra în care sunt afișate cele trei valori ale timpului de cădere de la o anumită înălțime precum și valoarea medie este redată în Fig. 5.19.

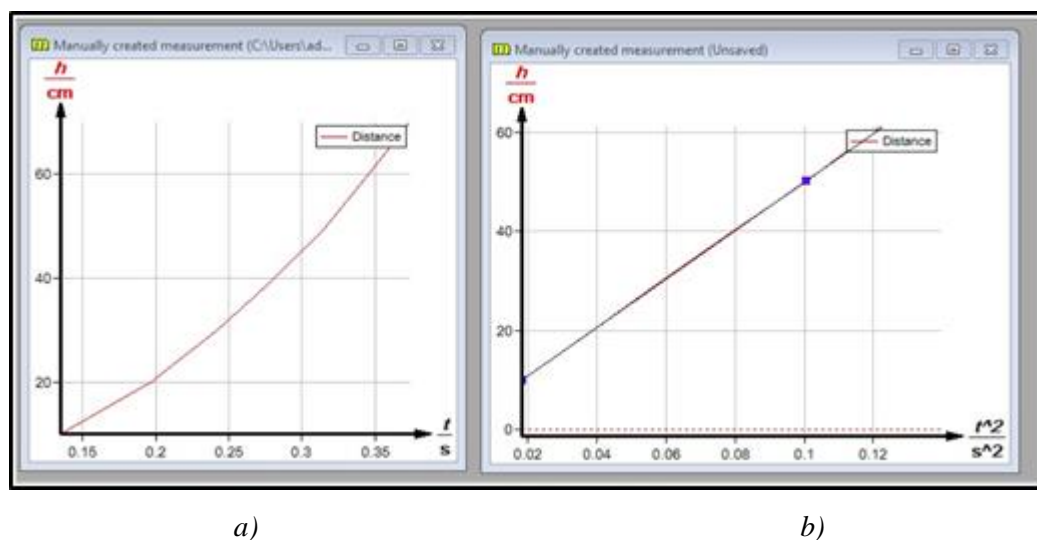


Fig. 5.20 a) Graficul înălțimii în funcție de timpul de cădere; b) Graficul înălțimii în funcție de pătratul timpului de cădere

În a doua etapă a experimentului se introduc manual într-un tabel datele experimentale achiziționate și anume, înălțimea și timpul mediu de cădere de la fiecare înălțime. Tot manual se realizează un tabel în care se introduc valorile înălțimii și pătratul timpului mediu de cădere de la înălțimea respectivă. După introducerea datelor experimentale, software-ul Cobra 3 afișează pe monitor graficul înălțimii în funcție de timp, redat în Fig. 5.20.a), și graficul înălțimii în funcție de pătratul timpului de cădere, redat în Fig. 5.20.b).

Se observă că graficul înălțimii în funcție de timpul de cădere este un arc de parabolă iar graficul înălțimii în funcție de pătratul timpului de cădere este o dreaptă, în conformitate cu ecuația (5.3.1) care exprimă legea de mișcare în căderea liberă. Panta

dreptei în cazul celui de-al doilea grafic este $g/2=5 \text{ m/s}^2$ și, ca urmare, accelerația gravitațională măsurată are valoarea: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Aceleași grafice au fost realizate și cu ajutorul software-ului SciDavis, folosind datele furnizate de software-ul *Measure*. Astfel, în Fig. 5.22 este redat graficul dependenței înălțimii în funcție de pătratul timpului de cădere, $h = h(t^2)$. Din al doilea grafic a fost determinată panta graficului tot cu ajutorul software-ului SciDavis.

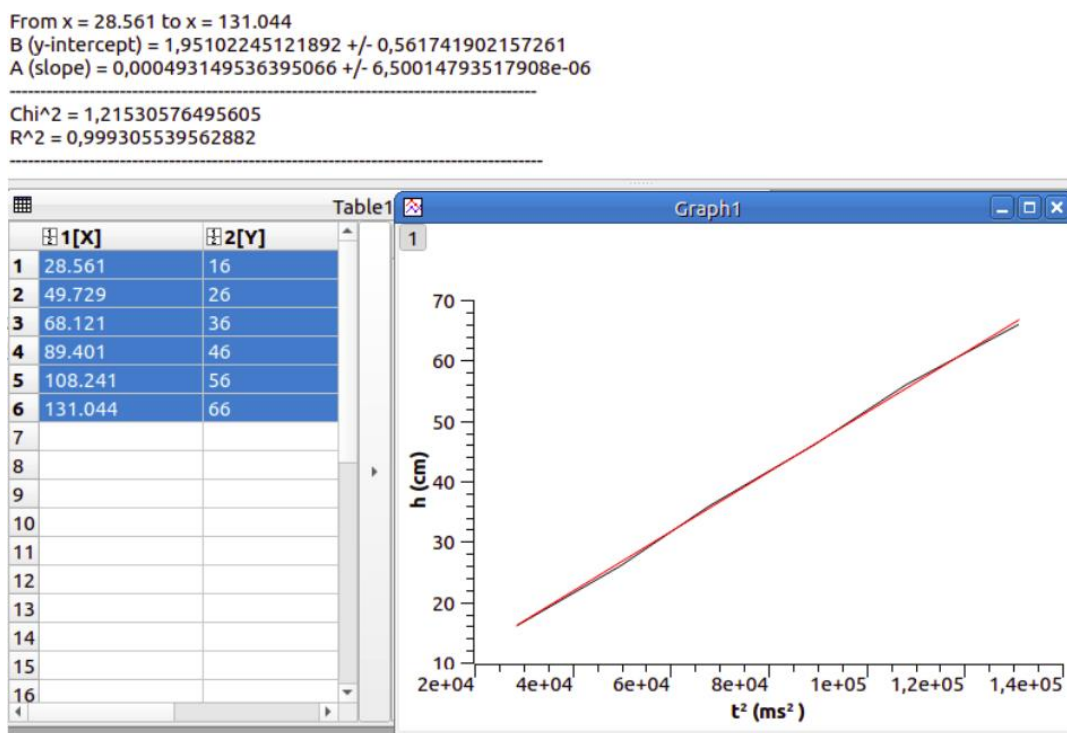


Fig. 5.22 Graficul $h = h(t^2)$ realizat cu software-ul SciDavis

Panta dreptei determinată cu ajutorul software-ului SciDavis este: $\text{tg}\alpha = 0,000493 \text{ cm/ms}^2 = 4,93 \text{ m/s}^2$. Ținând seama, conform relației (5.3.1), că panta dreptei $h = h(t^2)$ este egală cu $g/2$, rezultă valoarea accelerației gravitaționale: $g = 9,86 \text{ m/s}^2$.

5.4 Bibliografie capitolul V

1. Bradley, A, From the simple to the surprisingly complex – An incremental study of elasticity, *Physics Teacher*, **57**(8), 570 – 571, 2019.

2. Romo-Kroger, C. M., Testing plastic deformations of materials in the introductory undergraduate mechanics laboratory, *European Journal of Physics*, **33**(3), 551 – 563, 2012.
3. Triana, C. A., Fajardo, F., Dependence of some mechanical properties of elastic bands on the length and load time, *European Journal of Physics*, **33**(4), 771 – 784, 2012.
4. Grigore, I., Stoica, D., Popescu, M., Didactic Excel tool for the study of elastic hysteresis, In *Proceedings of the 13th International Conference on Virtual Learning*, 490 – 496, 2018.
5. Semenov, A., Bebikhov, Y., Tatarinov, P., Zakharov, P., Korznikova, E., Extensive teaching of physics for students of technical specialties with the help of experimental units and computer simulation software, *E3 Web of Conference*, **420**, 06025, 2023.
6. Dwaikat, M. M. S., Spitas, C., Spitas, V., A non-linear model for elastic hysteresis in the time domain: Computational procedure, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C - Journal of Mechanical Engineering Science*, **235**(20), 4625 – 4636, 2020.
7. Edwards, B. F., Sam, D. D., Christiansen, M. A., Booth, W. A., Jessup, L. O., Angry Birds realized: water balloon launcher for teaching projectile motion with drag, *European Journal of Physics*, **35**(3), 035009, 2014.
8. Lipscombe, T. C. , Mungar, C. E., Breathtaking physics: human respiration as a heat engine, *Physics Teacher*, **58**(3), 150 – 151, 2020.
9. Bozzo, G., „Free-Fall Demonstration” in the high school laboratory, *Physics Teacher*, **58**(1), 23 – 27, 2020.
10. Azhor, T.A.N., Mulyaningsih, N. N., Saraswati, D. L., Nurhayati, N., Marliani, N., Nursa’adah, F. P., Sari, N. I., Lestari, I., Nurjanah, N., Video analysis of basketball throws for parabolic motion learning materials, *Journal of Physics: Conference Series*, **1816**(1), 012077, 2021.
11. Klein, P., Gröber, S., Kuhn, J., Müller, A., Video analysis of projectile motion using tablet computers as experimental tools, *Physics Education*, **49**(1), 37 – 40, 2014.

12. Grigore, I., Barna, E. S., Using Excel spreadsheets to study the vertical motion in a gravitational field, *Procedia-Social and Behavioral Science*, **191**, 2769 – 2775, 2015.
13. Grigore, I., Miron, C., Stoica, D., The free fall in gravitational field treated analytically and numerically with Excel spreadsheets, In *Proceedings of the 12th International Conference on Virtual Learning*, 455 – 462, 2017.
14. Studnicka, F., Slegre, J., Stogner, D., Free fall of a cat – freshman physics exercise, *European Journal of Physics*, **37**(4), 045002, 2016.
15. <https://www.toppr.com/ask/content/story/amp/elastic-hysteresis-31813/>
16. <https://archive.thepocketlab.com/sites/default/files/2019-02/Teacher%20Guide.pdf>
17. https://issuu.com/phywe/docs/en_cobra3
18. https://yunus.hacettepe.edu.tr/~tatar/dersler/fiz301/FIZ-301/Fiz301%20Kuantum_Lab/PHYWE%20EXP/LEP/LEP1301_11.pdf
19. <https://scidavis.sourceforge.net/>
20. <https://www.studentcalculators.co.uk/pdf/oes-summer-term-2015-einstein-catalogue.pdf>
21. **Radu, A.**, Stoica, D., Popescu, M. V., Berlic, C., Miron, C., Barna, V., The study of elastic hysteresis using Einstein tablet, *Annual Scientific Conference Program and Abstracts, Editura Granada*, ISSN 1843-6838, 2023.

CONCLUZII

În cadrul programului de cercetare care a stat la baza tezei de față au fost elaborate o serie de instrumente didactice interactive și au fost descrise experimente didactice cu modalități de prelucrare automată a datelor utilizând diverse software-uri cu scopul de a clarifica concepte fundamentale din fizică și de a aprofunda cunoștințele predate la clasă. Instrumentele didactice au fost realizate utilizând foile de calcul Excel și documentele de lucru Mathcad. Au fost descrise experimente de optică ondulatorie, fenomene capilare, elasticitate liniară și neliniară și mișcare în câmp gravitațional pe verticală. S-a arătat cum pot fi achiziționate și prelucrate datele experimentale cu programele ImageJ, Cobra 3, SciDavis și programele atașate tabletei Einstein.

Teza a fost structurată pe șase capitole, primul fiind *Introducerea* care ilustrează legătura dintre conținutul tezei și abordările din literatura de specialitate, capitolele II și III având ca tematică elaborarea instrumentelor didactice cu documente de lucru Mathcad și, respectiv, cu foile de calcul Excel, capitolul IV care descrie aplicarea programului ImageJ la prelucrarea datelor în experimentele de optică ondulatorie, la studiul fenomenelor capilare dar și la determinarea ariei unor suprafețe cu formă neregulată, capitolul V despre utilizarea echipamentelor de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3 și tableta Einstein și, în final, capitolul VI care prezintă concluziile rezultate în urma derulării programului de cercetare.

În capitolul al doilea am arătat cum pot fi elaborate instrumente didactice interactive cu documente de lucru Mathcad pentru a simula fenomene fizice studiate în cadrul capitolelor de mecanică și electromagnetism. Astfel, au fost elaborate patru instrumente, și anume, un instrument pentru studiul mișcării unui satelit artificial în jurul Pământului, un instrument pentru studiul oscilatorului eliptic și două instrumente pentru calculul forței electromagnetice.

Primul instrument redă traiectoria unui satelit în jurul Pământului prin rezolvarea ecuațiilor de mișcare în urma introducerii datelor de intrare într-un document Mathcad. Acest instrument a constituit subiectul lucrării *Mathcad interactive didactic tool for studying the trajectory of a satellite around the Earth*, autori Adriana Radu, I. Grigore, V. Barna, publicată în *Proceedings of the 15th International Conference on Virtual*

Learning, 467 – 474, 2020. Instrumentul descris îi ajută pe elevi să-și dezvolte abilitățile de calcul și reprezentare grafică în Mathcad pentru mișcarea în câmp central cu potențial gravitațional. Elevii explorează astfel sistemul de coordonate polare și modalitățile de reprezentare grafică în acest sistem de coordonate. Modificând pe rând fiecare parametru în condițiile inițiale, menținând constanți ceilalți parametri, pot fi comparate între ele traiectoriile satelitului la valori diferite ale parametrului schimbat în datele de intrare.

Din analiza situațiilor prezentate, elevii pot clarifica modul în care condițiile inițiale determină traiectoria unui punct material într-un câmp central de forță cu potențial gravitațional. Astfel, în funcție de raza vectoare inițială, modulul vitezei inițiale și unghiul dintre vectorul viteză inițială și vectorul rază vectoare, satelitul, modelat ca punct material, poate avea o traiectorie eliptică în jurul Pământului, o traiectorie balistică sau o traiectorie deschisă, parabolică sau hiperbolică.

Instrumentul pentru studiul oscilatorului eliptic permite generalizarea studiului mișcării oscilatorii armonice de la cazul unidimensional la cazul bidimensional. Acest instrument a constituit subiectul lucrării *Mathcad didactic tool for studying the elliptical oscillator*, autori Adriana Radu, I. Grigore, V. Barna, publicată în *Proceedings of the 16th International Scientific Conference eLearning and Software for Education*, 154 – 161, 2020. Construcția instrumentului s-a bazat pe explorarea ecuațiilor de mișcare ale unui punct material într-un câmp central de forță cu un potențial de tip elastic. Prin utilizarea instrumentului poate fi modelată matematic mișcarea unui corp punctual prins de un resort elastic atunci când i se imprimă corpului o viteză inițială după o direcție oarecare în raport cu resortul.

Beneficiind de facilitățile programului Mathcad, elevii pot observa, într-un mod interactiv, influența condițiilor inițiale asupra traiectoriei punctului material. Totodată, prin modificarea momentului de timp în datele de intrare poate fi urmărită mișcarea punctului material pe traiectorie prin comparație cu poziția la momentul inițial. În funcție de poziția inițială și viteza inițială se pot analiza diverse cazuri particulare de orientare a elipsei în raport cu sistemul de coordonate. A fost redată comparativ traiectoria punctului material rezultată din diverse situații de lansare caracterizate de raza vectoare inițială, unghiul polar inițial, viteza inițială, unghiul dintre vectorul viteză și raza vectoare. Reprezentările grafice arată că elipsa poate fi înclinată în raport cu

axele de coordonate spre dreapta sau spre stânga sau se poate obține o elipsă dreaptă în funcție de condițiile inițiale.

Ultimele două instrumente cu documente de lucru Mathcad abordează calculul forței electromagnetice care acționează asupra unui conductor parcurs de curent electric plasat într-un câmp magnetic uniform. Unul din instrumente se referă la calculul forței electromagnetice în cazul unui conductor liniar iar celălalt la calculul forței electromagnetice în cazul unui conductor sub forma unui arc de cerc. Descrierea acestor instrumente a constituit subiectul lucrării *Mathcad interactive didactic tools for calculating the magnetic force*, autori Adriana Radu, I. Grigore, Cristina Miron, publicată în *Proceedings of the 14th International Conference on Virtual Learning*, 491 – 497, 2019. Utilizarea la clasă a instrumentelor pentru calculul forței electromagnetice îi poate ajuta pe elevi să-și dezvolte competențele de calcul vectorial și analiză matematică necesare în studiul fenomenelor electromagnetice.

Calculul forței electromagnetice pentru conductorul liniar a fost prezentat în cazul general când vectorii lungime-conductor și inducție magnetică au orientări diferite față de un sistem ortogonal de coordonate. Cei doi vectori, și anume, lungime-conductor și inducție magnetică au fost precizați utilizând coordonatele sferice în raport cu sistemul de referință. Pentru aceasta au fost explorate facilitățile de calcul vectorial ale programului Mathcad și anume, scrierea vectorilor sub formă matricială și efectuarea calculelor cu vectori prin manipularea operațiilor cu matrici.

Calculul forței electromagnetice pentru conductorul în formă de arc de cerc a fost prezentat în situația când conductorul este un sfert de cerc plasat în planul Oxy al sistemului de referință cartezian. A fost tratat cazul general, când vectorul inducție magnetică are o orientare oarecare în raport cu sistemul de referință cartezian și cazul particular când vectorul inducție magnetică are direcția și sensul axei Oz. Pentru a calcula forța electromagnetică s-a exprimat mai întâi forța elementară ce acționează din partea câmpului magnetic asupra unui element infinitesimal de conductor și după aceea s-a integrat pe lungimea conductorului curbiliniu. Ca urmare, calculând forța electromagnetică ce acționează asupra unui conductor curbiliniu plasat în câmp magnetic, elevii au posibilitatea de a clarifica conceptul de integrală curbilinie.

Deoarece operațiile cu vectori în Mathcad implică calculul matricial, elevii pot fi stimulați să transfere eficient diverse cunoștințe din matematică în fizică. De asemenea,

ținând seama de facilitățile programului Mathcad, elevii își pot verifica abilitățile de lucru cu unitățile de măsură care însoțesc mărimile fizice implicate în calcule. Elevii pot fi stimulați să-și realizeze propriile instrumente Mathcad pentru rezolvarea problemelor de fizică.

Cu ajutorul foilor de calcul Excel au fost tratate fenomenele periodice, și anume, mișcarea circulară și oscilațiile liniar armonice, având în vedere importanța deosebită a acestor fenomene în știință și tehnică.

Pentru studiul mișcării circulare au fost elaborate două instrumente didactice interactive cu foi de calcul. S-au calculat o serie de mărimi specifice mișcării circulare și a fost simulată mișcarea unui punct material pe un cerc de raza dată. Descrierea celor două instrumente a constituit subiectul articolului *Excel didactic tools for the study of the circular motion*, autori Adriana Radu, I. Grigore, Cristina Miron, V. Barna, publicat în *Romanian Reports in Physics*, 75(2), 904, 2023. Structura celor două instrumente este asemănătoare, fiecare fiind alcătuit dintr-o foaie principală de calcul cu datele de intrare și rezultatele aferente și o foaie secundară de calcul cu tabelul sursă pentru generarea diagramei din foaia principală.

Primul instrument abordează mișcarea circulară uniformă. Trasarea traiectoriei circulare în foaia de calcul a fost descrisă detaliat prin explorarea analitică a ecuației cercului și utilizarea facilităților grafice ale programului Excel. Diagrama din foaia principală, plasată lângă datele de intrare, permite simularea mișcării circulare astfel încât pentru orice moment de timp introdus în datele de intrare se poate vizualiza poziția punctului material pe traiectoria circulară.

În secțiunea *Rezultate* a instrumentului s-au calculat atât unghiul la centru parcurs de punctul material cât și coordonatele carteziane. Pentru mișcarea circulară uniformă, au fost redate comparativ pozițiile punctului material la două momente de timp diferite pentru a observa unghiurile la centru parcurse de mobil corespunzătoare celor două momente. De asemenea, s-a verificat că dacă fixăm în datele de intrare un moment de timp egal cu perioada mișcării atunci poziția punctului material, la momentul respectiv de timp, coincide cu poziția inițială.

Al doilea instrument abordează mișcarea circulară uniform variată. S-a arătat cum se construiește al doilea instrument prin reorganizarea foilor de calcul ale primului instrument ținând seama de ecuațiile care descriu mișcarea circulară uniform variată.

Pentru calculul poziției punctului material pe cerc la momentul de timp din datele de intrare și a vitezei la același moment de timp s-au utilizat legea mișcării, respectiv legea vitezei în mișcarea circulară uniform variată. Diagrama instrumentului, plasată lângă datele de intrare, permite simularea mișcării circulare uniform variate.

Pentru rezolvarea problemei întâlnirii a două mobile care se mișcă cu viteze diferite pe un cerc de rază dată s-a arătat cum poate fi modificată foaia principală de calcul a primului instrument. Secțiunea *Date de Intrare* a fost completată astfel încât să fie specificate coordonatele unghiulare inițiale și vitezele celor două mobile pe cercul de rază dată. A fost descrisă procedura prin care se determină în foaia de calcul momentul întâlnirii mobilelor și coordonata unghiulară comună corespunzătoare.

În general, la clasă, problema întâlnirii a două mobile în mișcare rectilinie sau circulară este rezolvată analitic utilizând legea de mișcare. În foaia de calcul Excel se poate rezolva problema numeric dând valori crescătoare momentului de timp în datele de intrare și urmărind mișcarea mobilelor pe cerc până când pozițiile lor se suprapun. Momentul de timp corespunzător suprapunerii pozițiilor reprezintă momentul la care se întâlnesc prima oară mobilele și dând valori crescătoare momentului de timp în continuare, putem afla, prin același procedeu, momentele de timp la care se întâlnesc mobilele a doua oară, a treia oară, ș.a.m.d. Metoda expusă presupune încercări succesive dar are avantajul de a vizualiza pozițiile mobilelor pe cerc observând gradual apropierea lor până la suprapunere. Pozițiile mobilelor pe traiectoria circulară au fost redată comparativ la momente diferite de timp și s-a redat, totodată, poziția comună corespunzătoare momentului întâlnirii.

Pentru studiul studiul mișcării oscilatorii armonice au fost construite două instrumente care permit compunerea oscilațiilor armonice perpendiculare. Descrierea celor două instrumente a constituit subiectul articolului *Lissajous figures with Excel spreadsheets*, autori Adriana Radu, I. Grigore, Cristina Miron, V. Barna, publicat în *Romanian Reports in Physics*, 75(4), 911, 2023. Prin utilizarea la clasă a instrumentelor prezentate, elevii pot înțelege și asimila mai ușor aspectele legate de compunerea oscilațiilor armonice perpendiculare și pot vizualiza traiectoria rezultantă a punctului material în raport cu un sistem cartezian de coordonate.

Cu primul instrument se pot compune oscilații armonice perpendiculare neamortizate. Manipularea datelor de intrare, cu un feedback rapid, permite analiza

traectoriei punctului material în funcție de amplitudinile oscilațiilor, de raportul frecvențelor celor două oscilații și de defazajul dintre oscilații. Lângă datele de intrare a fost plasată diagrama oscilației rezultante astfel încât să poată fi urmărită mișcarea punctului material pe traiectoria obținută din compunerea celor două oscilații perpendiculare. Prin modificarea momentului de timp în datele de intrare se poate observa mișcarea punctului material pe traiectoria rezultantă.

Au fost redate figurile Lissajous pentru diverse valori ale raportului frecvențelor unghiulare ale celor două oscilații, păstrând aceeași valoare a defazajului și, respectiv, figurile Lissajous pentru diverse valori ale defazajului dintre oscilații, păstrând aceeași valoare a raportului frecvențelor unghiulare. Pentru fiecare reprezentare grafică s-a discutat alura traiectoriei și orientarea acesteia în raport cu axele sistemului cartezian de coordonate. Periodicitatea mișcării pe cele două axe ale sistemului de referință se poate verifica ușor prin egalarea momentului de timp din datele de intrare cu perioada oscilației de pe axa X, respectiv cu perioada oscilației de pe axa Y.

În cazul în care cele două oscilații au frecvențele foarte apropiate între ele s-a arătat că traiectoria rezultantă este deschisă acoperind treptat domeniul delimitat de amplitudinile celor două oscilații. Traiectoria se înfășoară alternant în raport cu axele sistemului de coordonate, modul de înfășurare fiind dependent de valoarea defazajului dintre oscilații. Pe măsură ce frecvențele oscilațiilor sunt tot mai apropiate între ele se poate verifica ușor că buclele succesive ale traiectoriei se apropie tot mai mult una de cealaltă.

Cu ajutorul instrumentului prezentat au fost vizualizate cazurile particulare de compunere a oscilațiilor armonice perpendiculare. Astfel, când frecvențele celor două oscilații sunt egale s-a arătat cum figura Lissajous devine, în general, o elipsă înclinată în raport cu axele sistemului de coordonate. Odată cu modificarea defazajului se poate observa cum se modifică înclinarea elipsei în raport cu sistemul de referință.

Cu al doilea instrument se pot compune oscilații armonice perpendiculare amortizate în regim periodic. S-a arătat cum se obține acest instrument prin simpla modificare a formulelor Excel în foile de calcul ale instrumentului pentru compunerea oscilațiilor armonice perpendiculare neamortizate și prin completarea datelor de intrare cu valoarea coeficientului de amortizare. S-a arătat că dacă păstrăm același raport al frecvențelor și aceeași valoare a defazajului ca în cazul compunerii oscilațiilor

neamortizate, alura traiectoriei rezultante arată la fel însă traiectoria se strânge prin bucle succesive, de dimensiuni tot mai reduse, către axele sistemului de coordonate. Prin simulare grafică se poate arăta că mișcarea punctului material tinde către originea sistemului de coordonate pe măsură ce dăm valori crescătoare momentului de timp în datele de intrare. Astfel se poate observa cum punctul material ajunge în originea sistemului de coordonate prin modificarea momentului de timp cu valori din ce în ce mai mari.

Traectoria punctului material rezultată din compunerea a două oscilații armonice perpendiculare amortizate a fost redată comparativ pentru două valori diferite ale coeficientului de amortizare, menținând același raport al frecvențelor inițiale și același defazaj. S-a discutat diferența dintre traiectorii și modul în care coeficientul de amortizare influențează alura traiectoriei. Astfel, s-a demonstrat că odată cu creșterea coeficientului de amortizare traiectoria rezultantă se desface din ce în ce mai mult prin depărtarea tot mai accentuată a buclelor succesive ale traiectoriei. Invers, odată cu micșorarea coeficientului de amortizare traiectoria rezultantă se strânge din ce în ce mai mult prin apropierea tot mai accentuată a buclelor succesive ale traiectoriei. Cu cât este mai mică valoarea coeficientului de amortizare cu atât traiectoria rezultantă are o alură tot mai asemănătoare cu traiectoria rezultantă obținută din compunerea oscilațiilor perpendiculare neamortizate.

Menținând același coeficient de amortizare și același defazaj, au fost redată comparativ figurile Lissajous rezultate din compunerea oscilațiilor armonice perpendiculare amortizate pentru două valori diferite ale raportului frecvențelor inițiale. Dacă raportul frecvențelor inițiale este un număr întreg, s-a arătat că buclele succesive ale traiectoriei sunt dispuse simetric față de axele sistemului de referință. În schimb, dacă raportul frecvențelor inițiale nu mai este un număr întreg, s-a arătat că buclele succesive încrucișate ale traiectoriei prezintă o simetrie alternantă față de axele sistemului de coordonate.

În cazul în care frecvențele inițiale au valori foarte apropiate între ele au fost redată comparativ figurile Lissajous rezultate din compunerea oscilațiilor armonice perpendiculare amortizate pentru același coeficient de amortizare dar valori diferite ale defazajului dintre oscilații. S-a demonstrat grafic că traiectoria rezultantă este compusă din bucle succesive elipsoidale din ce în ce mai mici și prezintă o simetrie alternantă

față de axele sistemului de referință. Traectoria se înfășoară alternativ tinzând către originea sistemului de coordonate pe măsura creșterii numărului de bucle odată cu mișcarea punctului material.

Construcția și utilizarea instrumentelor didactice cu documente de lucru Mathcad și/sau cu foi de calcul Excel pot conduce la stimularea motivației pentru studiul Fizicii simultan cu dezvoltarea competențelor digitale. Pot fi create instrumente didactice cu cele două programe atât pentru simularea unor fenomene fizice cât și pentru rezolvarea problemelor de fizică, atât prin metode analitice cât și prin metode numerice sau grafice, alegând metoda cea mai avantajoasă în funcție de context. Instrumentele elaborate cu Mathcad și Excel oferă elevilor oportunitatea de a transfera într-un mod plăcut și eficient cunoștințele din matematică către diverse domenii ale fizicii. Atât documentele de lucru Mathcad cât și foile de calcul Excel pot fi resurse importante pentru predarea și învățarea fizicii și pentru clarificarea noțiunilor și conceptelor fundamentale care stau la baza fenomenelor fizice.

În capitolul al IV-lea am arătat modul în care ImageJ, un software de procesare și analiză a imaginilor, disponibil gratuit pe site-ul web al Institutului Național de Sănătate (NIH) SUA, poate fi folosit în cadrul laboratorului de fizică pentru experimentele de optică ondulatorie, pentru determinarea ariei suprafețelor de formă neregulată și pentru studiul fenomenelor capilare.

În prima parte a capitolului am folosit acest software ca instrument de măsurare pentru experimente de optică ondulatorie. Descrierea modului în care ImageJ a fost utilizat în experimente de optică ondulatorie a constituit subiectul articolului *Employing ImageJ software as a measurement tool for optics experiments in the didactic laboratory*, autori Adriana Radu, M.V. Popescu, C. Berlic, Cristina Miron, V. Barna, publicat în *Romanian Reports in Physics*, 73(4), 907, 2021. Cu ajutorul acestui software, am putut determina parametrii figurilor de interferență și de difracție și, totodată, lungimi, arii, unghiuri etc., care intervin în descrierea celor două fenomene. Aplicația permite în același timp, realizarea de reprezentări grafice asociate imaginilor analizate cum ar fi, reprezentarea distribuției nivelelor de intensitate de iluminare pe suprafața unei imagini atât color cât și în nuanțe de gri.

Am studiat Inelele lui Newton în lumina monocromatică transmisă. Cu ajutorul unei fotocamere digitale am realizat fotografiile ale figurilor de interferență și utilizând

software-ului ImageJ, am măsurat raza inelelor întunecate în lumina verde folosind fotografia cu inelele lui Newton.

Tot cu ajutorul software-ului ImageJ am determinat aria inelului de un anumit ordin și am reprezentat grafic această arie în funcție de ordinul n al inelului, folosind opțiunea Plot a software-ului. Folosind panta graficului, am determinat lungimea de undă a radiației folosite. S-a constatat că rezultatele obținute prin aceste două metode pentru lungimea de undă utilizată sunt foarte apropiate.

Interferența luminii a fost studiată și cu Biprisma Fresnel. S-au realizat fotografii ale imaginilor surselor virtuale și ale figurii de interferență. Cu ajutorul software-ului ImageJ am măsurat distanța dintre sursele virtuale și mărimea interfranței. Tot cu ajutorul software-ului ImageJ am determinat graficul distribuției nivelului de iluminare pe ecran în funcție de distanță. Am utilizat două surse de radiație monocromatică, una cu radiație roșie, respectiv, cealaltă cu radiație verde. Rezultatele obținute pentru lungimile de undă folosite în acest experiment au fost foarte apropiate de valorile reale.

În categoria experimentelor de optică ondulatorie, am studiat și difracția luminii folosind rețeaua de difracție. Pentru figura de difracție obținută și selectată, s-a determinat cu ajutorul software-ului ImageJ pozițiile maximelor de ordinul întâi și de ordinul doi și distribuția nivelurilor de iluminare în funcție de poziția maximelor de difracție pe ecranul de observație.

Am utilizat software-ul ImageJ, pentru determinarea ariei și perimetrului unei suprafețe neregulate, respectiv aria unei frunze. Determinarea ariei unei suprafețe neregulate se face foarte rapid și precis cu ajutorul software-ului ImageJ. Metoda a fost aplicată la clasele de început în învățarea Fizicii, având în vedere că elevii sunt familiarizați și cu informatica. Ei au descărcat foarte ușor software-ul, au învățat cum să utilizeze bara de instrumente și au învățat diferite metode de determinare a ariei. Rezultatele obținute în urma folosirii instrumentelor oferite de ImageJ s-au dovedit precise, fiind foarte apropiate de cele reale.

În ultima parte a capitolului IV, am descris cum a fost folosit ImageJ ca software de procesare a imaginilor pentru analiza datelor obținute din experimente de capilaritate. Utilizarea programului ImageJ în studiul fenomenelor capilare a constituit subiectul articolului *The study of capillarity phenomena by means of ImageJ software*, autori Adriana Radu, Daniela Stoica, M.V. Popescu, C. Berlic, Cristina Miron, V. Barna, publicat în *Romanian Reports in Physics*,

75(3), 909, 2023. Cu ajutorul software-ului ImageJ am investigat imaginile obținute în urma studierii următoarelor fenomene: fenomene capilare folosind tuburi capilare; fenomene capilare între plăci paralele; fenomene capilare între plăci neparalele.

Folosind legea lui Jurin am determinat experimental coeficientul de tensiune superficială al unei soluții de KMnO_4 . În prima etapă a experimentului am realizat fotografii pentru determinarea diametrelor tuburilor capilare. În a doua etapă a experimentului am realizat fotografii ale acelorași tuburi capilare scufundate în soluție de KMnO_4 în scopul determinării ascensiunii capilare.

Cu același software am determinat și distanța dintre două plăci de sticlă paralele foarte apropiate și ascensiunea soluției de KMnO_4 în experimentul de determinare a coeficientului de tensiune superficială folosind plăci paralele.

În ultima parte a experimentelor de capilaritate am studiat ascensiunea soluției de KMnO_4 între două plăci de sticlă neparalele. Pentru a determina forma curbei după care se ridică lichidul în spațiul dintre cele două plăci am folosit plugin-ul *Click Coordinates Tool txt* al ImageJ și am realizat fotografia ascensiunii capilare între cele două plăci de sticlă neparalele. Aplicând operația de fitare a curbei și alegând opțiunea *Power Function*, cu ajutorul instrumentului *Angle Tool* s-a putut determina unghiul dintre cele două plăci, lucru care ar fi fost foarte dificil prin alte metode.

În capitolul V, am studiat două fenomene, și anume, fenomenul de histerezis elastic la deformarea benzilor de cauciuc și mișcarea unui corp în câmpul gravitațional terestru, folosind echipamentele de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3 și Tableta Einstein. De asemenea, am pus în evidență o serie de metode de prelucrare a datelor experimentale furnizate de echipamentele folosite. Descrierea modului în care sunt utilizate echipamentele Cobra 3 a constituit subiectul lucrării *The study of elastic hysteresis using Einstein tablet*, autori Adriana Radu, Daniela Stoica, M.V. Popescu, C. Berlic, Cristina Miron, V. Barna, prezentată la Sesiunea Științifică a Facultății de Fizică și al cărei rezumat a fost publicat în *Annual Scientific Conference Program and Abstracts, Editura Granada*, ISSN 1843-6838, 2023.

Cu ajutorul echipamentului de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3 am studiat deformarea unui resort elastic și deformarea unor benzi de cauciuc punând în evidență fenomenul de histerezis elastic. S-a discutat comportamentul diferit al benzii de cauciuc în comparație cu resortul elastic și s-a trasat pentru banda de cauciuc ciclul

de histerezis. Prin efectuarea acestui experiment la clasă, din analiza datelor, elevii au posibilitatea să constate că există materiale care nu respectă legea lui Hooke, cum este cauciucul și să înțeleagă ce este un ciclu de histerezis.

Cu ajutorul software-ului *Measure* care însoțește echipamentul Cobra 3 a fost determinată aria buclei de histerezis prin calculul integralelor funcțiilor care descriu ramurile histerezisului pe domeniul de variație al forței deformatoare care se aplică benzii de cauciuc. Calculul ariei buclei de histerezis, care reprezintă energia pierdută în procesul de histerezis disipată în mediul exterior sub formă de căldură, permite elevilor să înțeleagă mai profund fenomenul de histerezis elastic.

Același experiment a fost realizat și cu tableta Einstein. Datele furnizate de software-ul MiLAB ce însoțește tableta au fost prelucrate de către elevi și cu ajutorul altor software-uri de prelucrare a datelor cum ar fi SciDavis sau Excel. S-a arătat că atât software-ul *SciDavis* cât și software-ul *Measure* au furnizat aceeași valoare pentru energia de deformare a benzii elastice disipată sub formă de căldură.

În ultima parte a capitolului V am prezentat experimentul Căderea liberă a unui corp realizat cu echipamentul de achiziție și prelucrare a datelor Cobra 3. Lăsând un corp să cadă liber de la diferite înălțimi și înregistrând timpul de cădere au fost trasate graficul coordonatei în funcție de timp și graficul coordonatei în funcție de pătratul timpului de cădere. Din panta graficului coordonatei în funcție de pătratul timpului de cădere s-a determinat accelerația gravitațională. Aceleași grafice au fost realizate și cu software-ul SciDavis iar rezultatele obținute la calculul accelerației gravitaționale au fost foarte apropiate între ele.

La finalul acestui program de cercetare, îmi exprim convingerea că utilizarea tehnologiei în educație oferă elevilor un mediu mai potrivit pentru învățare, îi motivează și îi determină să participe activ la procesul instructiv-educativ. Prin realizarea de experimente adaptate fiecărei categorii de vârstă și cât mai apropiate de situații practice elevii vor înțelege mai bine importanța noțiunilor teoretice care îi vor ajuta să își sedimenteze cunoștințele de fizică, pentru a le folosi ulterior în situații noi, sau pentru a face corelații cu alte domenii în care fenomenele fizice se manifestă, cum ar fi unele fenomene chimice, biologice, geologice etc.

LISTA LUCRĂRILOR PUBLICATE

Articole publicate în jurnale cotate ISI

1. **Adriana Radu**, M.V. Popescu, C. Berlic, Cristina Miron, V. Barna, Employing ImageJ software as a measurement tool for optics experiments in the didactic laboratory, *Romanian Reports in Physics*, **73**(4), 907, (2021).
2. **Adriana Radu**, I. Grigore, Cristina Miron, V. Barna, Excel didactic tools for the study of the circular motion, *Romanian Reports in Physics*, **75**(2), 904, (2023).
3. **Adriana Radu**, Daniela Stoica, M.V. Popescu, C. Berlic, Cristina Miron, V. Barna, The study of capillarity phenomena by means of ImageJ software, *Romanian Reports in Physics* **75**(3), 909, (2023).
4. **Adriana Radu**, I. Grigore, Cristina Miron, V. Barna, Excel spreadsheets for the study of Lissajous figures, *Romanian Reports in Physics*, **75**(4), 911, (2023).

Lucrări prezentate la conferințe internaționale

1. **Radu, Adriana**; Grigore, I.; Miron, C, Mathcad interactive didactic tools for calculating the magnetic force, *Proceedings of the 14th International Conference On Virtual Learning*, ICVL, 491-497, 2019.
2. **Radu, Adriana**; Grigore, I; Barna, V, Mathcad Didactic Tool For Studying The Elliptical Oscillator, *Proceedings of the 16th eLearning and Software for Education Conference*, 154-161, 2020.
3. **Radu, Adriana**; Grigore, I; Barna, V, Mathcad interactive didactic tool for studying the trajectory of a satellite around the Earth, *Proceedings of The 15th International Conference On Virtual Learning*, ICVL, 467-474, 2020.

Lucrări prezentate la Sesiunea Științifică a Facultății de Fizică, Universitatea București

1. **Adriana Radu**, I. Grigore, V. Barna (2021), *The MathCad didactic tool for the study of the electric dipole*, Annual Scientific Conference Program and Abstracts, June 18, 2021, Editura Granada, ISSN 1843-6838.
2. **Adriana Radu**, M.V. Popescu, C. Berlic, Cristina Miron, V. Barna (2021), *Employing ImageJ software as a measurement tool for optics experiments in the didactic laboratory*, Annual Scientific Conference Program and Abstracts, Editura Granada, ISSN 1843- 6838.
3. Daniela Stoica, **Adriana Radu**, M.V. Popescu, C. Berlic, Cristina Miron, V. Barna (2022), *Employing IMAGEJ software for improving physics lessons*, Annual Scientific Conference Program and Abstracts, Editura Granada, ISSN 1843- 6838.
4. **Adriana Radu**, M.V. Popescu, Daniela Stoica, C. Berlic, Cristina Miron, V. Barna (2022), *The study of capillary phenomena by means of ImageJ software*, Annual Scientific Conference Program and Abstracts, Editura Granada, ISSN 1843- 6838.

5. **Adriana Radu**, I. Grigore, V. Barna (2022), *Excel didactic tools for the study the circular motion*, Annual Scientific Conference Program and Abstracts, Editura Granada, ISSN 1843- 6838.
6. **Adriana Radu**, I. Grigore, V. Barna (2022), *An Excel didactic tool to simulate the composition of the perpendicular harmonic oscillations*, Annual Scientific Conference Program and Abstracts, Editura Granada, ISSN 1843- 6838.
7. **Adriana Radu**, Daniela Stoica, M.V. Popescu, C. Berlic, Cristina Miron, V. Barna (2023), *The study of elastic hysteresis using Einstein tablet*, Annual Scientific Conference Program and Abstracts, Editura Granada, ISSN 1843-6838.
8. **Adriana Radu**, I. Grigore, V. Barna (2023), *Mathcad work documents for the study of the simple gravitational pendulum*, Annual Scientific Conference Program and Abstracts, Editura Granada, ISSN 1843- 6838, 2023.